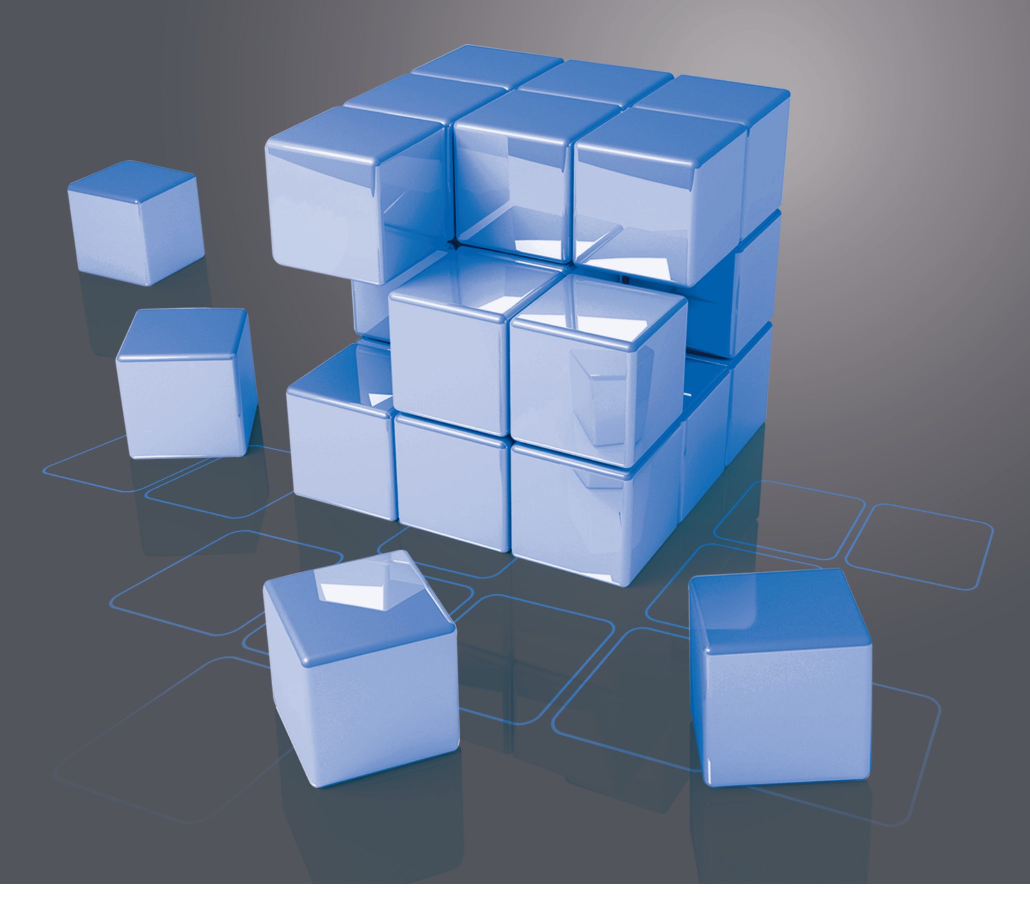
Aritmética

Actividades





Aritmética
Libro de actividades
Quinto grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2013-12010
ISBN: 978-612-313-081-7
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300694

Impreso en Perú / Printed in Peru

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

La Colección Intelectum Evolución para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.
La divulgación de la Colección Intelectum Evolución se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.
El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.



Contenido



Unidad 1

RECUERDA

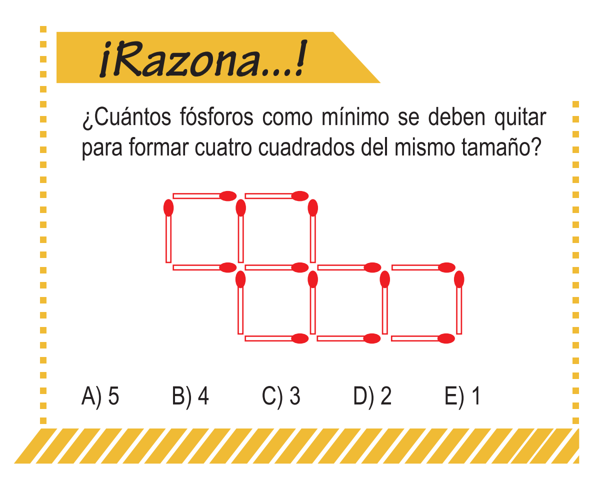
Euclides (300 a. C.)

Matemático griego, cuya obra principal, *Elementos* de geometría, es un extenso tratado de matemáticas dividido en trece volúmenes sobre materias tales como geometría plana, proporciones en general, propiedades de los números, magnitudes inconmensurables y geometría del espacio. Probablemente estudió en Atenas con discípulos de Platón. Enseñó Geometría en Alejandría y allí fundó una escuela de matemáticas. Los *Cálculos* (una colección de teoremas geométricos), los *Fenómenos* (una descripción del firmamento), la *Óptica*, la *División del canon* (un estudio matemático de la música) y otros libros se han atribuido durante mucho tiempo a Euclides. Sin embargo, la mayoría de los historiadores cree que alguna o todas estas obras (aparte de los *Elementos*) se le han adjudicado erróneamente. Probablemente, las secciones geométricas de los *Elementos* fueron; en un principio, una revisión de las obras de matemáticos anteriores, como Eudoxo, pero se considera que Euclides hizo diversos descubrimientos en la teoría de números.

La obra *Elementos*, de Euclides, se utilizó como texto durante dos mil años e incluso hoy, una versión modificada de sus primeros libros constituye la base de la enseñanza de la geometría plana en las escuelas secundarias. La primera edición impresa de las obras de Euclides, que apareció en Venecia en 1482, fue una traducción del árabe al latín.

Reflexiona

- *En el esquema general de las cosas, nuestras vidas son solo notas pasajeras en el lienzo de la eternidad; por eso, ten la sensatez de disfrutar de tu viaje y saborear el proceso.*
- *La disciplina te permite hacer todas esas cosas que en tu corazón sabes que debes llevar a cabo, pero que muchas veces no estás de humor para hacer.*
- *De todas las grandes virtudes del mundo la más necesaria e indispensable para lograr el éxito es la perseverancia.*





Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: LÓGICA PROPOSICIONAL

1 Dadas las proposiciones compuestas, indica los valores de verdad:

I. $(2 \times 1 = 2) \vee (3 \times 2 = 6)$
II. $(3 < -3) \wedge (4 > 2)$
III. $(3 + 4 = 7) \Rightarrow (4 \times 0 = 1)$
IV. $(2^0 = 1) \Leftrightarrow (0^2 = 0)$

A) VVFF B) FVVF C) VFFV
D) FFVV E) VFVF

2 Si la proposición compuesta:
$(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee t)$ es falsa.
Indica las proposiciones que son verdaderas.

A) p; q B) p; r C) r; t
D) q; t E) p; r; t

3 Señala la expresión equivalente a la proposición:
$(p \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee \sim p)$

A) $q \Rightarrow p$ B) $p \Rightarrow q$ C) $\sim p$
D) $\sim q \Rightarrow p$ E) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim p$

4 Determina el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

I. Si: $3 + 1 = 7$, entonces: $4 + 4 = 8$
II. No es verdad que: $2 + 2 = 5$, si y solo si, $4 + 4 = 10$
III. Madrid está en España o Londres está en Francia.

A) VFV B) VVV C) VFF
D) FVF E) FFF

5 Simplifica:
$(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)]$

A) p B) q C) $p \wedge q$
D) $p \vee q$ E) $p \Rightarrow q$

6 Si: $p \square q \equiv \sim p \wedge q$
Reduce: $[(p \square \sim p)] \Rightarrow [(p \square q) \square q]$

A) $p \wedge q$ B) q C) p
D) $\sim p \vee q$ E) $p \Rightarrow q$

7 Si el valor de la siguiente proposición:

$[(p \wedge \sim q) \wedge (r \Rightarrow q)] \wedge [(\sim p \vee q) \Rightarrow \sim q]$

es verdadera, halla los valores de verdad de p, q y r en ese orden.

A) VVF B) VVV C) VFF
D) FVV E) FFV

8 Simplifica:

$\sim[(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim p] \Rightarrow [q \Rightarrow (p \Rightarrow \sim q)]$

A) $p \wedge \sim q$ B) $\sim p \vee p$ C) $\sim (p \wedge q)$
D) $p \wedge q$ E) $\sim (p \vee q)$

9 Se tiene la siguiente equivalencia:

$p \# q \equiv (\sim p \vee q) \wedge (q \vee \sim p)$

Reduce la expresión: $(p \# \sim q) \# \sim p$

A) $p \vee q$ B) $q \wedge \sim p$ C) $q \vee \sim p$
D) $p \vee \sim q$ E) $\sim p \wedge \sim q$

10 Sabiendo que: $(p \Rightarrow q) \vee \sim r$, es falsa
$(s \Leftrightarrow p) \Delta r$, es verdadera

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

I. $\sim(p \vee s) \equiv V$
II. $(s \wedge t) \equiv F$
III. $(q \Rightarrow s) \equiv V$

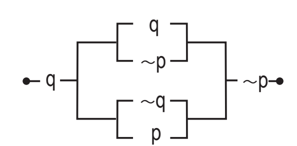
A) I y II B) I y III C) II y III
D) Solo I E) Todas

11 Simplifica:

$\{\sim(p \wedge q) \wedge [\sim(p \wedge q) \vee r]\} \wedge \sim q$

A) $\sim p$ B) $\sim q$ C) $p \wedge q$
D) $\sim p \wedge q$ E) $p \wedge \sim q$

12 Simplifica el siguiente circuito:



A) $p \vee q$ B) $\sim p \vee q$ C) $p \wedge q$
D) $\sim p \wedge q$ E) $\sim p \vee \sim q$

13 Simplifica:

$M = \{(\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim q \vee p) \wedge \sim(p \wedge q)\}$

A) q B) p C) $\sim p$
D) $\sim q$ E) $\sim p \vee q$

14 Simplifica: $\sim[\sim(p \wedge q) \Rightarrow \sim q] \vee p$

A) p B) q C) $p \wedge q$
D) $p \Rightarrow q$ E) $p \vee q$

Claves

1. C	3. E	5. D	7. C	9. B	11. B	13. D
2. A	4. A	6. C	8. C	10. C	12. D	14. E



Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De los siguientes enunciados:

I. Un número es par, sí y solo si, es divisible por dos.
II. La materia no se crea ni se destruye.
III. Ojalá mañana llueva.
IV. ¿Qué es la aritmética?
V. Deberían ser más estudiosos.

¿Cuáles son proposiciones lógicas?

A) I y II B) Solo III C) I y V
D) Solo I E) I, II, V

2. Si no es el caso que Eusebio no es el culpable o el testigo no diga la verdad, entonces el juez no dictará una sentencia.

A) $\sim(p \vee q) \Rightarrow \sim r$
B) $\sim(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim r$
C) $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim q \vee \sim r)$
D) $\sim(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim r$
E) $\sim(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$

3. Si estudia, entonces gana la beca. Si gana la beca, viaja a España. Por lo tanto, si estudia, entonces viaja a España.

A) $[(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow r$
B) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
C) $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
D) $[(p \Rightarrow q) \wedge r] \Rightarrow (p \wedge r)$
E) $[(p \Rightarrow q) \wedge r] \wedge (p \Rightarrow r)$

Razonamiento y demostración

4. Dadas las proposiciones:

p: 8 es un número primo.
q: 36 es el MCM de 18 y 4.
r: 2^{-1} es un número racional.

Halla los valores de verdad de:

I. $(p \vee \sim q) \wedge r$
II. $(r \wedge p) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$

A) FF B) VV C) FV
D) VF E) F.D.

5. Dadas las proposiciones:

p: 91 es número primo.
q: toda proposición es verdadera.

Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $(p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)$
II. $(\sim p \vee q) \vee (p \Rightarrow q)$
III. $(\sim p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (p \vee q)$

A) FVF B) VVV C) VFV
D) VVF E) FFF

Resolución de problemas

6. El siguiente esquema molecular:

$[\sim p \Rightarrow (r \Rightarrow \sim q)] \vee [\sim(\sim p \,\Delta\, r) \vee q]$

es:

A) Tautológico B) Contradictorio
C) Consistente D) No consistente
E) NA

7. Al construir la tabla de verdad de:

$$[(r \wedge \sim p) \Rightarrow \sim q] \,\triangle\, [p \Leftrightarrow (\sim r \,\Delta\, \sim q)]$$

El número de valores verdaderos en la matriz principal es:

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

8. Se define el operador lógico λ mediante la tabla de verdad:

p	q	$p \lambda q$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Evalúa el esquema molecular:

$(p \lambda \sim q) \,\triangle\, [(q \lambda \sim p) \lambda p]$

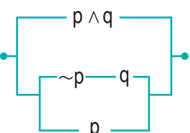
Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) FFFV B) VFFV C) VVFF
D) FFFF E) VVFV

9. Simplifica: $[(\sim p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge (\sim q \vee r)$

A) $\sim q$ B) $\sim q \vee r$ C) $q \vee r$
D) $q \vee \sim r$ E) $q \vee p$

10. Simplifica el circuito mostrado e indica la proposición más simple que lo representa.



A) $p \wedge \sim q$ B) $p \vee q$ C) $\sim p \wedge \sim q$
D) $p \wedge q$ E) $p \vee \sim q$

NIVEL 2

Comunicación matemática

Indica la alternativa que representa simbólicamente cada una de las proposiciones en los siguientes casos:

11. Esta persona viajará a Cuba, si es estudiante y tiene una visa de estudios.

A) $(q \wedge r) \Rightarrow p$ B) $p \vee (q \vee r)$ C) $p \Rightarrow (q \vee r)$
D) $(q \Rightarrow r) \wedge p$ E) $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)$

12. Sean las proposiciones:

p: Eduardo estudia en la UNI.

q: Eduardo no es vendedor de periódicos.

r: Eduardo no desayuna.

Simboliza el siguiente enunciado y luego simplifícalo:

Es suficiente que Eduardo no sea vendedor de periódicos o no tome desayuno, para que no estudie en la UNI. Pero si estudia en la UNI, entonces es vendedor de periódicos.

A) $p \Rightarrow (\sim q \wedge \sim r)$ B) $p \wedge q \wedge \sim r$ C) $p \Rightarrow (q \wedge r)$
D) $(p \vee q) \wedge r$ E) $p \vee q$

Razonamiento y demostración

13. Si las siguientes proposiciones: $(p \vee \sim q)$ y $(q \wedge p)$ son verdadera y falsa, respectivamente.

Determina los valores de verdad de:

I. $(q \Rightarrow p) \wedge \sim(q \Rightarrow \sim p)$

II. $(q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

III. $[\sim p \wedge \sim q] \Leftrightarrow (p \vee q)$

A) FVF B) FFV C) FVV
D) VVF E) VVV

14. ¿Cuáles de las proposiciones son equivalencias lógicas?

I. $\sim(q \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow (q \vee p)$

II. $[(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q] \Leftrightarrow \sim[(p \vee q) \wedge q]$

III. $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$

A) I y II B) II y III C) Solo I
D) Solo III E) I y III

Resolución de problemas

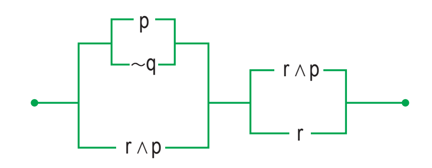
15. Si el siguiente esquema molecular es contradictorio:

$\sim\{\sim[(p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge [(r \Rightarrow q) \vee p]\}$

Halla los valores de verdad de las variables proposicionales p; q y r.

A) VFV B) VVF C) FVV
D) FFV E) FVF

16. Simplifica el siguiente circuito e indica la proposición más simple que lo representa.



A) $p \wedge q$ B) $\sim q \wedge \sim r$ C) $\sim p \wedge r$
D) $p \wedge r$ E) $q \vee r$

17. Se define el operador ↓ mediante la tabla de verdad:

p	q	p ↓ q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

Evalúa el siguiente esquema molecular y da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

$$\{[(p \downarrow q) \downarrow \sim q] \downarrow \sim(\sim p \downarrow q)\} \downarrow \sim p$$

A) VVVF B) FFFV C) VFFF
D) VVFF E) FFFF

18. El siguiente esquema molecular:

$\{[(p \Leftrightarrow q) \Delta r] \Rightarrow \sim(q \wedge \sim r)\} \vee p$ es:

A Tautológico B) Contingente C) No tautológico
D) Contradictorio E) NA

19. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son equivalentes?

I. $\sim\{\sim p \wedge \sim[\sim q \wedge (q \vee p)]\}$

II. $\sim[p \wedge (\sim p \Rightarrow \sim r)]$

III. $\sim\{\sim[\sim[(p \wedge t) \vee \sim(\sim p \vee t)]]\}$

A) I y II B) II y III C) I y III
D) Todas E) Ninguna

20. Se define el conectivo # por:

$$p \# q = \sim p \vee q$$

Halla el equivalente de:

$$(p \# \sim q) \# (q \# \sim p)$$

A) $\sim p \vee q$ B) $p \wedge \sim q$ C) $\sim q \vee p$
D) $p \wedge q$ E) Es una tautología

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Dadas las proposiciones:

p: Juan sube las escaleras.

q: José sube las escaleras.

r: Pedro sube las escaleras.

s: José se compra un reloj.

Expresa simbólicamente el siguiente enunciado:

Si Juan sube las escaleras o José no sube las escaleras, es suficiente para que Pedro suba las escaleras y José no se compre un reloj.

A) $(p \wedge q) \vee (\sim r \wedge \sim s)$

B) $(p \vee \sim q) \Rightarrow (r \wedge \sim s)$

C) $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (r \vee s)$

D) $\sim(p \wedge q) \wedge (\sim r \wedge \sim s)$

E) $(\sim q \wedge q) \Rightarrow (r \vee s)$

22. Dadas las siguientes premisas:

p: Luis es abogado.

q: Carlos es biólogo.

r: Juan es administrador.

¿Cuál es la expresión simbólica de los siguientes enunciados?

I. Si Juan es administrador y Luis no es abogado, entonces Carlos no es biólogo.

II. Luis es abogado, pero Juan no es administrador.

A) I. $(r \wedge \sim p) \Rightarrow q$
II. $p \wedge r$

B) I. $(r \wedge \sim p) \Rightarrow \sim q$
II. $p \wedge \sim r$

C) I. $r \wedge (\sim p \Rightarrow q)$
II. $p \Rightarrow \sim r$

D) I. $(r \wedge \sim p) \Rightarrow \sim q$
II. $p \wedge r$

E) I. $(r \wedge \sim p) \Rightarrow q$
II. $p \vee \sim r$

Razonamiento y demostración

23. Si la siguiente proposición:

$\sim\{\{[(\sim q \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow s)]\} \Leftrightarrow \{[t \Rightarrow (\sim u \wedge w)] \wedge [t \wedge (w \Rightarrow u)]\}\}$

es falsa, se puede afirmar que:

I. t puede ser falso.

II. p siempre es verdadero.

III. r puede ser falso.

A) I y II B) I y III C) II y III
D) Solo I E) Solo II

24. Se define el operador lógico α mediante la siguiente tabla de verdad:

p_1	p_2	$p_1 \alpha p_2$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Si la proposición:

$[(\sim p \,\alpha\, q) \vee (r \Rightarrow s)] \,\alpha \sim (t \,\alpha\, u)$

es falso, determina el valor de verdad de cada proposición:

I. $(\sim s \wedge \sim t)\, \Delta\, (p \Leftrightarrow q)$

II. $\sim[\sim(p \Rightarrow r) \wedge (t \vee \sim q)]$

III. $(p\, \Delta\, r) \vee \sim\{\sim\{\sim[(p \Leftrightarrow \sim t) \wedge \sim u]\}\}$

A) VVV B) VFF C) FVV
D) FFV E) FFF

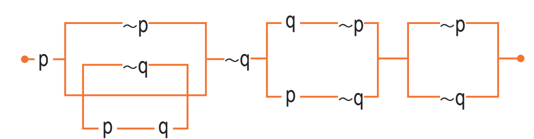
Resolución de problemas

25. Utilizando las leyes de la lógica proposicional, simplifica la siguiente proposición compuesta a su equivalencia más simple.

$\sim\{[\sim(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim(q \Rightarrow p)] \wedge (p \vee q)\}$

A) $\sim p$ B) p C) q
D) $\sim q$ E) $p \vee q$

26. Halla el operador principal del siguiente circuito lógico en la figura.



A) VFVF B) VVFV C) Contradicción
D) FVFF E) Tautología

27. Si: $(p * q) \equiv \sim(p \Rightarrow q)$
Reduce la siguiente expresión: $[(p * \sim q) * (\sim p * q)] * p$
que será lógicamente equivalente a:

A) p B) q C) $p \wedge q$
D) $p \wedge \sim p$ E) $p \vee \sim p$

28. Si: $a \equiv (p \Rightarrow q) \wedge q$
$b \equiv (\sim p \vee \sim q) \wedge (p \Rightarrow q)$
Simplifica: $T \equiv [(a \Rightarrow b) \vee (\sim a \wedge \sim b)] \wedge (a \vee b)$

A) p B) $\sim p$ C) q
D) $p \wedge q$ E) $\sim(p \vee q)$

29. Si se tiene que:

$$f(q) = \begin{cases} 1; \text{ si } q \text{ es verdadero} \\ 0; \text{ si } q \text{ es falso} \end{cases}$$

Calcula $f(p) + f(m) + f(n)$, si:

$p \equiv [(a \Rightarrow b) \wedge (\sim b \Rightarrow \sim a)] \vee a$
$m \equiv [(b\, \Delta\, b) \Rightarrow (a \wedge \sim b)]$
$n \equiv [(a \wedge \sim b) \vee (a \wedge b)] \vee \sim a$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

30. Simplifica:

$\sim[t \Rightarrow (\sim s \wedge \sim t)] \wedge \{\sim r \vee \{[t \wedge [p \Rightarrow (q \wedge r)] \vee [t \wedge [p \wedge (r \Rightarrow \sim q)]]\}\}$

A) $\sim p$ B) q C) $\sim r$
D) s E) t

Claves

NIVEL 1
1. A
2. B
3. C
4. C
5. A
6. A
7. B
8. A
9. B
10. B

NIVEL 2
11. A
12. A
13. A
14. B
15. B
16. D
17. E
18. A
19. B
20. E

NIVEL 3
21. B
22. B
23. A
24. C
25. D
26. D
27. D
28. B
29. D
30. E



Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: TEORÍA DE CONJUNTOS

1 Sea el conjunto:
$T = \{\varnothing; \{r\}; \{\varnothing\}; \{r; \{s\}\}\}$
Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $\{\varnothing; \{\varnothing\}\} \in P(T)$
II. $\{s\} \in T$
III. $\{\varnothing\} \in T$
IV. $\{\{\varnothing\}\} \subset T$
V. $\{\{\varnothing\}; \{r; s\}\} \in P(T)$
VI. $r \in T$

A) FFVVFF B) VFVVFF C) VVVVFF
D) VFFVFF E) FVVFFV

2 Sea el conjunto: $F = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 < 4\}$
Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $\forall x \in F: x^2 - 1 \leq 3$
II. $\exists x \in F / \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}$
III. $\forall x \in F, \exists y \in F / x^2 + y = 0$
IV. $\exists x \in F / x^3 - 1 > 0$

A) VVVF B) FVFF C) FVVV
D) VVFF E) VVVV

3 Determina por compresión el conjunto:
$L = \{9; 99; 999; 9999; 99999\}$

A) $L = \{10^n - 1 \ / \ n \in \mathbb{Z} \wedge n \leq 10^4\}$
B) $L = \{10^n - 1 \ / \ n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n \leq 10\}$
C) $L = \{10^n - 1 \ / \ n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n < 5\}$
D) $L = \{10^n - 1 \ / \ n \in \mathbb{Z} \wedge n \leq 6\}$
E) $L = \{10^n - 1 \ / \ n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n < 6\}$

4 Dado el conjunto:
$J = \{x + y / x \,.\, y = 18; x, y \in \mathbb{Z}^+\}$
Halla el número de elementos de J.

A) 3 B) 5 C) 6
D) 7 E) 4

5 Sea el conjunto:
$A = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 70\}$
Determina por extensión el conjunto:
$B = \{p + 1/p \in \mathbb{Z}^+ \wedge p\sqrt{p} \in A\}$

A) {3; 6; 11; 18} B) {2; 5; 11; 16}
C) {1; 8, 27; 64} D) {2; 5; 10; 17}
E) {0; 3; 8, 15}

6 ¿Cuántos subconjuntos posee el conjunto X?
$X = \{0; 0; 1; 1; 2; \{1\}\}$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 16

7 ¿Cuántos tipos de jugos surtidos se pueden preparar, si se dispone de 5 clases de fruta?

A) 56 B) 60 C) 24
D) 26 E) 68

8 Dados:

$A = \{a + b + c; a + 2\}$

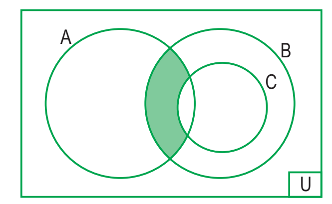
$B = \{c^2 + 1; d + a + 1; 5\}$

Si A y B son unitarios; a, b y c son no negativos.

Halla: $a + b + c + d$

A) 4 B) 2 C) 3
D) 5 E) 6

9 Halla la expresión que representa la región sombreada:



A) $A \cap C$ B) $A \cap B$ C) $A - C$
D) $(A \cap B) - C$ E) $(A \cup B) - C$

10 Según el gráfico, la parte sombreada representa:

A B C U

A) $(A \cup B) - C$ B) $(A \triangle B) \cup C$ C) $A - B$
D) $(A - B) \cap C^C$ E) $[(A \cap B) - C] \cup (C - A)$

11 Sean A y B dos conjuntos cualesquiera. Simplifica:

$(A \cup B) \cap \{(A \cap B^C) \cup (A^C \cap B)\}^C$

A) $A - B$ B) $B - A$ C) $A \cup B$
D) $A \cap B$ E) $A^c \cup B$

12 Sean los conjuntos:

$A \cup B = \{p; p + 1; p + 2\}; p \in \mathbb{Z}$

$D = \{1 - p; p; p + 1; p + 2\}$

Si $D \subset A$, halla: $n(A) + p$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 5

13 Para un concurso de capacitación se presentaron 300 personas. Se sabe que 170 aprobaron el 1.er examen, 150 el segundo y 130 el tercero; 50 aprobaron el primero y el segundo, 70 el primero y el tercero, 80 el segundo y el tercero y 10 no aprobaron ningún examen. ¿Cuántas personas se admitieron, si solo necesitaban aprobar 2 exámenes?

A) 80 B) 120 C) 160
D) 180 E) 220

14 En una revista mensual sobre adelantos de Ingeniería se pregunta a 200 ingenieros cuántos de los tres fascículos que van editando han adquirido. Si 80 de ellos tienen el primer fascículo, 78 el segundo y 96 el tercero; además, 20 tienen los tres fascículos, 42 no tienen ninguno, 18 tienen los dos primeros, pero no el tercero y 38 no tienen los dos primeros, pero sí el tercero. ¿Cuántos tienen un solo fascículo?

A) 101 B) 90 C) 105
D) 78 E) 82

Claves

1. B	3. E	5. D	7. D	9. D	11. D	13. B
2. A	4. A	6. E	8. E	10. E	12. B	14. E

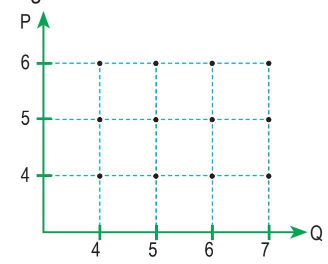
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Del siguiente diagrama cartesiano:

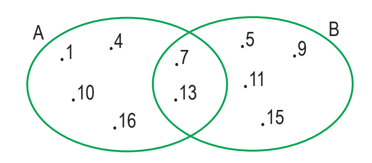


A) Determina por comprensión:

$P \times Q =$ ____________________

B) $n(P \times Q) =$ ☐

2. Sean los conjuntos:



A) Determina por comprensión:

A = ____________________

B = ____________________

B) $n(A \Delta B) =$ ☐

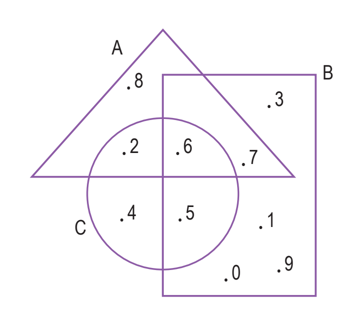
C) Sea $C = \{4n / n \in \mathbb{N}; n < 2\}$, halla:

$A \cap C =$ ____________________

D) Sea $D = \{3m / m \in \mathbb{N} ; m = 3\}$, halla:

$B \cap D =$ ____________________

3. De la figura, indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:



I. $7 \in (C \cap B) - A$ ☐

II. $4 \in (C - A) \cup (B - A)$ ☐

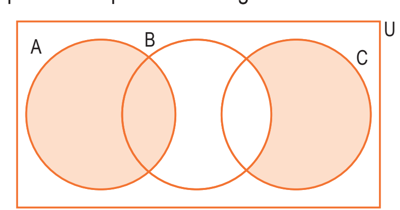
III. $6 \notin (A \Delta C) \cup B$ ☐

IV. $3 \in (B \Delta A) \cap (A - C)$ ☐

V. $4 \notin (A - C) \cap B$ ☐

Razonamiento y demostración

4. ¿Qué operación representa la región sombreada?



A) $(A \cup C) - B$ B) $A \cup (B \cap C)$ C) $A \cup (B' \cap C)$
D) $(C - B) \cup A'$ E) $(A \Delta B) \cup C$

5. Si $A \subset P(A)$, entonces el conjunto A:

A) Tiene un elemento.
B) Tiene cualquier número de elementos.
C) Tiene cero elementos.
D) Tiene infinitos elementos.
E) No se puede decir nada.

Resolución de problemas

6. Si

$$A = \left\{\frac{3|x|-1}{5} \in \mathbb{Z}^+ / 16 \leq x^2 \leq 144\right\}$$

$B = \{x \in \mathbb{Z}^+ / 5 < x \leq 6\}$

Halla: $n[(A - B) \times A]$

A) 12 B) 24 C) 15
D) 20 E) 18

7. La suma del número de subconjuntos de A con el número de subconjuntos de B es igual a 40. Halla la diferencia entre el número de subconjuntos propios de estos dos conjuntos.

A) 10 B) 6 C) 12
D) 24 E) 4

8. Si A, B y C son subconjuntos de U, tal que:

- $n(A) = 10$
- $n(A \cap C') = 7$
- $n(B) = 12$
- $n(B \cap C) = 7$
- $n(A \cap B) = 5$
- $n[C - (A \cup B)] = 6$
- $n(A \cap B \cap C) = 2$
- $n(A' \cap B' \cap C') = 3$
- $n(U) = 26$

Calcula: $n(C')$

A) 6 B) 8 C) 7
D) 5 E) 12

9. Pedro vende ensalada de frutas, para lo cual utiliza n frutas diferentes, ¿cuántos platos diferentes puede obtener si en cada plato utiliza al menos dos frutas diferentes?

A) $2^n - n - 1$ B) $2^n - 1$ C) $2^n + 1$
D) $2^n - n$ E) 1024

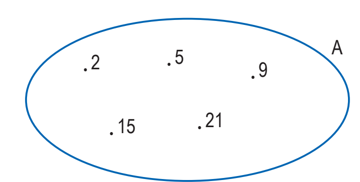
10. Si: $(2a + 3b; 9b - 7a) = (18; 15)$
Halla: a . b

A) 10 B) 12 C) 15
D) 18 E) 21

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Sea el conjunto:



Cuantifica los siguientes enunciados, de modo que cada uno de ellos sea verdadero.

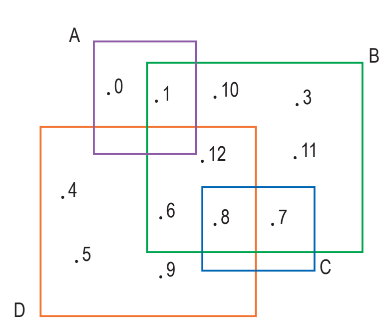
A) ____________ $\frac{x}{2} \in \mathbb{Z}$

B) ____________ $x + \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$

C) ____________ $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$

D) ____________ $\sqrt{x+3}$ es un irracional.

12. Del gráfico, señala verdadero (V) o falso (F), según corresponda:



I. $10 \in [B - (D \cap C)] - A$ ( )

II. $7 \in (C - D) \cap (A \Delta B)$ ( )

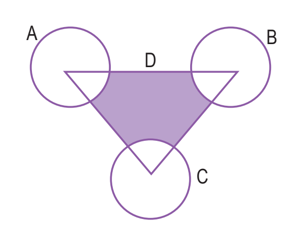
III. $\varnothing \notin (C \cap A) - B$ ( )

IV. $1 \in A \cap (D \cup C)$ ( )

V. $\{6; 7\} \subset (D \cap B) \cup [B - (A \cup D)]$ ( )

Razonamiento y demostración

13. Indica la expresión más simple que representa la siguiente gráfica.



A) $(A' \cup B' \cup C') \cap D$

B) $(A \cap B \cap C') \cap D'$

C) $(A \cup B \cup D) \cap C$

D) $(A \cup D') - (C \cup B)$

E) $(A \cap B \cap C) \cap C$

14. Sean los conjuntos:

$A = \{4; 8; 12\}$

$B = \{7; 11; 13\}$

Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $\forall x \in B,\ \exists y \in A / x - y = 3$

II. $\forall x \in B,\ \exists y \in A / \frac{x+y}{5} \in \mathbb{Z}$

III. $\forall x \in A,\ \exists y \in B / x - y > 0$

IV. $\forall x \in A,\ \exists y \in B / \frac{x+y+1}{2} \in \mathbb{Z}$

Resolución de problemas

15. Para dos conjuntos A y B no vacíos, tal que $A \subset B$. ¿Cuántas proposiciones pueden ser verdaderas?

- $A = B$
- $A \cap B \neq \varnothing$
- $A \cap B = \varnothing$
- $A - B \neq \varnothing$
- $B \subset A$
- $B - A = \varnothing$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 1

16. El número de subconjuntos propios de A con el número de subconjuntos propios de B es igual a 46; el número de elementos de la intersección es igual al número de elementos de la diferencia entre ambos conjuntos. Calcula el número de subconjuntos de $(A \cup B)$.

A) 128 B) 512 C) 1024
D) 256 E) 2048

17. Dados los conjuntos A, B y C contenidos en U tales que:

- $n(A \cup B \cup C) = 93$
- $n[A - (B \cup C) = 18$
- $n[(A \cap B) - C] = 7$
- $n(A) = n(B) = 41$
- $n(C) = 46$
- $n[(B \cap C) - A] = 7$

Calcula: $n[(A^C \cup B^C \cup C^C)^C]$

A) 5 B) 9 C) 10
D) 2 E) 1

18. Respecto a 120 clientes de una juguería se determinó que los que tomaron surtido de fresa, papaya y piña son:

- 1/5 de los que toman jugo de papaya y piña.
- 1/3 de los que toman jugo de fresa y papaya.
- 1/4 de los que toman fresa y piña.
- 1/4 de los que toman solo jugo de fresa.
- 1/3 de los que toman solo jugo de papaya.
- 1/2 de los que toman solo jugo de piña.
- 1/5 de los que toman otros jugos, pero no los mencionados.

¿Cuántos toman solamente uno de los jugos mencionados?

A) 43 B) 41 C) 40
D) 44 E) 45

19. De un total de 34 personas se sabe que:

- Hay 13 mujeres que tienen 27 años.
- 19 mujeres no tienen 28 años.
- 12 mujeres no tienen 27 años.
- 4 varones no tienen 27 años ni 28 años.

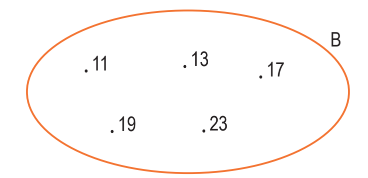
¿Cuántos varones tienen 27 ó 28 años?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

NIVEL 3

Comunicación matemática

20. Sea el conjunto:



Cuantifica los siguientes enunciados, de modo que cada uno de ellos sea verdadero.

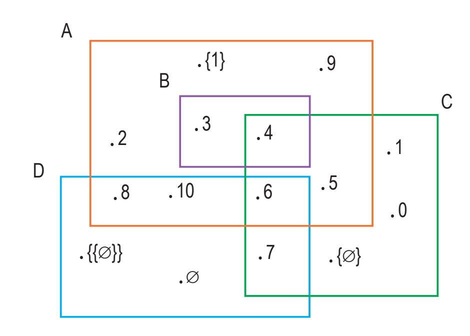
A) ______________ $\frac{x+1}{3} \in \mathbb{N}$

B) ______________ $\sqrt[3]{x+4} \in \mathbb{Q}$

C) ______________ $\frac{x}{n} \in \mathbb{Q}$; $\forall\, n \in \mathbb{Z}^+$

D) ______________ $\frac{x^2-1}{8} \in \mathbb{Z}$

21. De la figura, indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.



I. $6 \in (D - A) \cup [C \cap (A \cup B)]$

II. $\{\{\varnothing\}\} \subset C - [(A - B) \cap D]$

III. $\varnothing \in (B - D) \cap (C \,\Delta\, D)$

IV. $10 \notin (C \cup A) \cap (A - D)$

V. $\{1; \{1\}\} \subset (A - C) \cup [C - (B \cup D)]$

Razonamiento y demostración

22. ¿Cuántas afirmaciones son verdaderas?

I. Si: $A \subset B \Rightarrow A' \subset B'$

II. Si: $A = \{\varnothing\} \Rightarrow A$ tiene 2 subconjuntos.

III. Si: $M = \{0; 1\} \Rightarrow 1 \subset M$

IV. $U = \varnothing^c$ donde U es el conjunto universal.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 0 E) 4

23. Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si A y B son equipotentes, entonces A y B son diferentes.

II. Si A y B son comparables, entonces A y B son iguales.

III. Si A y B son equipotentes y comparables, entonces A y B son conjuntos infinitos.

IV. Si A y B son comparables, y B y C son comparables, entonces A y C son comparables.

A) VVFF B) FFVF C) FFVV
D) VFVF E) FFFF

Resolución de problemas

24. En una heladería se pueden encontrar 5 sabores diferentes. Si por lo menos se deben escoger dos sabores, ¿cuántos pedidos se pueden hacer?

A) 20 B) 22 C) 24
D) 26 E) 32

25. Sean A, B y C conjuntos contenidos en U tales que:

- $P(B) \subset P(A)$
- $n(A) = 10$
- $B \subset C^c$
- $n(A \cap C) < 10$
- $n(B \times C) = 75$

Calcula: $n[A - (B \cup C)]$, si es el menor posible.

A) 4 B) 5 C) 2
D) 0 E) 7

26. A un evento asistieron 24 mujeres con falda, 28 varones con reloj, 40 portaban casaca, 9 mujeres tenían casaca, pero no falda. ¿Cuántos varones con casaca no llevaron reloj, si 16 mujeres no llevaban falda ni casaca y 28 mujeres no tenían casaca? El número de varones con casaca y reloj son la tercera parte de los varones sin casaca y con reloj.

A) 12 B) 8 C) 24
D) 11 E) 10

27. De 2000 personas se observa:

- 50 hombres cantantes no son ciegos.
- 80 mujeres son cantantes o ciegas, pero no mudas.
- 40 personas son mudas y ciegas.
- 30 personas son mudas, pero no ciegas.
- 60 hombres son ciegos, pero no mudos.

¿Cuántas personas hay que no son cantantes y son ciegos y mudos?

A) 30 B) 35 C) 38
D) 45 E) 40

28. En una fiesta en la que asistieron 102 personas; de las mujeres: 24 usan reloj, 30 no bailan y 12 no bailan ni usan reloj; de los hombres: 24 no bailan; de los cuales, 7 no tienen terno pero sí reloj. De los que bailan; 16 hombres tienen reloj y 6 mujeres no usan falda ni reloj.

¿Cuántas mujeres con falda que bailan no usan reloj?, si 20 hombres no usan reloj, además, hay 5 hombres con reloj y terno que no bailan.

A) 10 B) 12 C) 8
D) 11 E) 13

29. Sean:

$$A = \left\{ \frac{x^2 - 25}{x - 5} \,/\, x \in \mathbb{Z}, 0 < x \leq 6 \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{3x + 1}{2} \,/\, x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 8 \right\}$$

Calcula: $n(A \Delta B) + n(A \cap B)$

A) 9 B) 13 C) 10
D) 17 E) 21



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: NUMERACIÓN

1 Si el numeral $\overline{(a-1)(a+4)(a+8)}$ está expresado en base 11 y el numeral $\overline{bb(b+7)(b-4)}$ en base 12, halla x + y, en: $\overline{ab}_{(7)} + \overline{ba}_{(8)} = \overline{xy}$

A) 3　B) 4　C) 5
D) 6　E) 7

2 Si: $460_{(m)} = 288_{(n)}$; $458_{(m)} = 284_{(n)}$
Halla: m + n

A) 28　B) 24　C) 25
D) 27　E) 23

3 ¿En cuántos sistemas de numeración de base par el número 250 se escribe con 3 cifras?

A) 4　B) 5　C) 6
D) 7　E) 8

4 ¿Cuántos números de 3 cifras y menores que 300 se escriben con 3 cifras iguales en el sistema heptanario?

A) 2　B) 3　C) 4
D) 5　E) 6

5 Halla el valor de a si: $\overline{1a4} = 504_{(n)}$

A) 3　B) 4　C) 5
D) 8　E) 7

6 Si se cumple que: $\overline{aab}_{(6)} = \overline{b1b}$
Halla: a + b

A) 7　B) 3　C) 4
D) 5　E) 6

7 Halla el menor valor posible de m + n, si se cumple:
$1331_{(m)} = 1000_{(n)}$

A) 6 B) 5 C) 9
D) 7 E) 8

8 Si: $\overline{4a6}_{(m)} = \overline{3n(n+1)}_{(8)}$
Calcula: a + m + n

A) 8 B) 11 C) 10
D) 13 E) 9

9 Calcula a + b, sabiendo que:
$\overline{(a+1)b6}_{(x)} = \overline{abb}_{(8)}$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

10 ¿En qué sistema de numeración el mayor número de tres cifras diferentes es igual a $\overline{2ab}$?

A) 8 B) 7 C) 6
D) 9 E) 11

11 Halla el valor de a + b, si $\overline{abb}_{(9)} = \overline{(b+1)(b+1)a}_{(7)}$.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

12 Calcula el valor de n, si m es máximo.

$$\left.\begin{matrix} 18 \\ \quad 18 \\ \qquad 18 \\ \qquad\quad \ddots \\ \qquad\qquad 18_{(n)} \end{matrix}\right\} m \text{ veces} = 20_{(10^2)}$$

A) 16 B) 17 C) 12
D) 10 E) 9

13 Si: $\overline{20(a+1)}_{(\overline{ab})} = \overline{1(22)(a+3)}_{(\overline{a6})}$; (a < 3)
Calcula $\overline{ab}_{\overline{ab}_{(8)}}$ en el sistema decimal.

A) 42 B) 43 C) 45
D) 47 E) 48

14 Si: $\overline{abc}_{\overline{ab}_{\overline{ab}(c)}} = \overline{12c}_{(7)}$
Halla: a + b + c

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

Claves

1. E	3. A	5. D	7. C	9. A	11. C	13. D
2. A	4. C	6. A	8. A	10. C	12. A	14. B

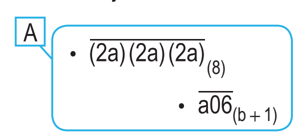
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Sea el conjunto:



Si $n(A) = 1$ y $a > 2$; indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $b = 12$ ( )

II. $a + b = 17$ ( )

III. $\overline{(b-10)(b-10)}_{(a)} = 5$ ( )

2. Encierra en un círculo los números que no guardan relación con los demás.

$42_{(5)}$	$18_{(9)}$	$44_{(4)}$
$20_{(11)}$	$112_{(4)}$	$24_{(9)}$
$22_{(9)}$	22	$31_{(7)}$
$221_{(3)}$	$34_{(6)}$	$201_{(3)}$

3. Si:

$\overline{ab}_{(6)} = a + 2b$

Halla: $\boxed{19} + \boxed{102_{(3)}}$

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $\overline{1p}_{(n)} + \overline{1q}_{(n)} = 34$ y $\overline{abc}_{(d)} = \overline{nn}$; entonces $n = 9$. ( )

II. Si $\overline{(2a)(3b+3)}_{(7)} = 48$; entonces $a + b = 4$. ( )

III. Si $\overline{aa00}_{(b)} = 80$, entonces $a^2 = 1$. ( )

5. Si:

$$\left.\begin{matrix}\overline{1a}_{\overline{1a}_{\ddots_{\overline{1a}}}}\end{matrix}\right\} \text{a veces} = \overline{bc}$$

De las proposiciones:

I. Si $b = 2$; entonces $a = 4$.

II. Si $b = 1$; a puede tomar tres valores.

III. Si $b = 5$; a puede tomar dos valores.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

6. Si: $\overline{abcd} = 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{cd}$

Calcula:

$E = \overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{\overline{1d}_{(c+d)}}}}$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 13 E) 18

7. Calcula n, si al expresar E en la base n la suma de cifras es 17.

$E = 3n^6 - 3n^5 + 2n^3 + 3n - 2$

A) 3 B) 6 C) 8
D) 5 E) 10

8. Si los siguientes numerales:

$\overline{ab}_{(n)}$; $\overline{m34}_{(c+1)}$; $\overline{pcc}_{(a)}$; $\overline{(n+3)pm}$

están correctamente escritos halla $a + n - c$.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

9. Se tiene que:

$$\overline{\left(\frac{15}{m}\right)\left(\frac{6}{m}\right)\left(\frac{9}{m}\right)}_{(7)} = \overline{(m-1)(m-3)(m-1)(5-m)}_{(n)}$$

Calcula: $m + n$

A) 4 B) 6 C) 3
D) 8 E) 2

10. El número 850 es representado en cierto sistema de numeración como $\overline{2a2a}$. Halla la suma de a con la base de dicho sistema.

A) 11 B) 8 C) 10
D) 12 E) 13

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Marca con un aspa los números que no pertenezcan a la siguiente sucesión:

$100_{(2)}$; $21_{(3)}$; $21_{(4)}$; $13_{(5)}$; $14_{(6)}$; $14_{(7)}$; $14_{(8)}$

12. Sea el conjunto:

A = { • $\overline{50(x-1)}_{(a)}$ • $\overline{x6a}_{(b)}$ • $\overline{(a-6)4(b+1)2}$ }

Si $n(A) = 2$; indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $a + b = 15$ ( )

II. $b = a - x$ ( )

III. $x^2 + a^2 = 56$ ( )

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Todo numeral de la forma $\overline{xyx}_{(2)}$ es un número impar en el sistema decimal. ( )

II. Si $\overline{ab}_{(c)}^{\overline{b00}_{(a)}} = 6561$; entonces $\dfrac{\overline{bac}}{c} = 32$ ( )

III. Si $\overline{(r^2)r}_{(n)} + \overline{xy} = \overline{abc}$; entonces $\overline{pq}_{(n)} < n^2 - \dfrac{r^2}{n}$ ( )

14. Si: $\overline{abab}_{(5)} = \overline{pqr}$

De las proposiciones:

I. Si $\overline{pqr}$ es máximo, entonces $p + q + r = 16$.

II. Si $p = 6$, entonces $a + b = 8$.

III. Si $\sqrt{\dfrac{\overline{pqr}}{2}} = \overline{mn}$, entonces $b = n$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

15. Si: $\overline{abc} = \overline{n(4n)(2n)(4n)}_{(5)}$

Calcula la suma de cifras al expresar E en base c.

$$E = \underbrace{\overline{aaa...aa}_{(b)}}_{(a \times b)^2 \text{ cifras}}$$

A) 136 B) 120 C) 144
D) 100 E) 98

16. Si: $a = \underbrace{88\ ...\ 887}_{2000 \text{ cifras}}{}_{(9)}$ y $b = 148_{(a)}$

Expresa b en base 3 y determina la suma de sus cifras.

A) 3 B) 33 C) 133
D) 213 E) 333

17. Halla el valor de M, si:

$M = \overline{3ab}_{(6)} + \overline{4b2}_{(a)} + 23_{(b)}$

A) 527 B) 725 C) 257
D) 275 E) 572

18. Si: $\overline{abc}_{(3m)} = \overline{(n-1)(n^2)(n)}_{(3n)}$; $m \in \mathbb{Z}^+$

Halla: $a + b + c + m + n$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

19. Si: $122_{(a)} = 101_{(b)} = 72_{(c)}$

¿Cuál es el menor valor de $(a + b + c)$?

A) 24 B) 20 C) 26
D) 18 E) 22

20. Si:

$$\overline{\left(\frac{k}{m}\right)\left(\frac{k}{m+2}\right)\left(\frac{k}{m+4}\right)}_{(15)} = \overline{ab9c}_{(k-2)}$$

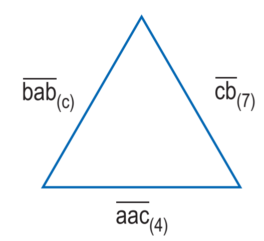
Calcula: $a + b + c + m + k$

A) 23 B) 21 C) 22
D) 25 E) 24

NIVEL 3

Comunicación matemática

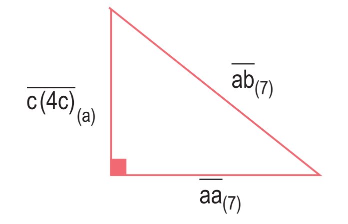
21. Dado el siguiente triángulo equilátero:



Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $a + b = c$ ( )
II. $\overline{aa}_{(b)} = \overline{a0}_{(c)}$ ( )
III. $\overline{ab} + \overline{ac} = 24$ ( )

22. Dado el triángulo rectángulo:



Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $\overline{ca}_{(b)} = 21_{(a)}$ ( )
II. $\overline{c2}_{(a)} = b + c + 2$ ( )
III. $\overline{ca}_{\overline{ca}_{\overline{ca}_{(b)}}} = \overline{(a-1)c}_{(a)}$ ( )

Razonamiento y demostración

23. Si: $\overline{(11)(r^2)}_{(13)} = \overline{pq(r^2)}_{\overline{pq}_{\overline{pq}_{(n)}}}$

De las proposiciones:

I. $p + q + n = q$
II. $n = q^3 - p$
III. Si $\overline{pp}_{(q)} = r$, entonces r está tomando su máximo valor.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

24. De las proposiciones:

I. Si $\overline{mn00}_{(p)} = 187 - \overline{mn}_{(p)}$; entonces hay 6 sistemas de numeración en el que $p + m + n$ se expresa como un numeral de 2 cifras.

II. Si $\overline{ba00}_{(\overline{ab})} = 5239$; entonces el mínimo valor de:

$$\overline{mn}_{\overline{an}_{\overline{an}_{\overline{an}_{(m)}}}}$$

es 4.

III. Si $18(21)_{(m)} = \overline{a13bc}_{(n)}$ y $n = \dfrac{m+n^2}{2n}$ entonces:

$a + b + c + n = 12$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

25. Si se cumple:

$\overline{ab4}_{\overline{ab}_{(c)}} = \overline{(\overline{ab}_{(c)})4}_{(7)}$

Además: $a \neq b$. Calcula: $a + b + c$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

26. Si se cumple que:

$\overline{11ab22}_{(3)} = \overline{x7y}_{21_{(4)}}$

Calcula: $a + b + x + y$

A) 16 B) 15 C) 10
D) 12 E) 18

27. Si: $\overline{23m}_{(\overline{n3})} = \overline{ab4}$,

Calcula: $m + n + a + b$

A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

28. Si:

$\overline{a(a-1)7}_{(c)} = \overline{(a-1)(a+1)(c-1)}$

Calcula: $a \times c$

A) 40 B) 45 C) 36
D) 32 E) 56

29. Si:

$\overline{m(2m)0n}_{(8)} = \overline{(n+2)(\overline{aa})(n-4)}_{(m^4-4)}$

Calcula b, dado que $\overline{ama} = \ldots b_{(n)}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

30. Si: $\overline{abaa}_{(8)} = \overline{ccba}_{(12)}$; $a \neq b \neq c$

Halla: $a + b + c$

A) 8 B) 9 C) 13
D) 10 E) 12

Claves

NIVEL 1			NIVEL 3	
1.	7. C	13.	20. D	26. B
2.	8. D	14. D	21.	27. B
3. D	9. D	15. C	22.	28. C
4.	10. C	16. A	23. D	29. B
5. C	NIVEL 2	17. D	24. A	30. D
6. E	11.	18. B	25. D	
	12.	19. A		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: OPERACIONES BÁSICAS EN EL CONJUNTO $\mathbb{Z}^+$

1 Si: $\overline{a83} + \overline{5b9} + \overline{64c} = 1659$
Calcula: $a + b + c$

A) 10 B) 12 C) 13
D) 15 E) 16

2 Si: $\overline{ab4} - \overline{1ab} = \overline{bc3}$
Calcula: $a + b + c$

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 17

3 La suma del minuendo, sustraendo y diferencia de una sustracción es 19 456 y el minuendo es el cuádruple del sustraendo. Halla el sustraendo.

A) 2142 B) 2252 C) 2342
D) 2432 E) 2534

4 Si: $C.A.(\overline{ab}) + C.A.(\overline{abab}) = 3674$
Calcula: $a + b$

A) 7 B) 9 C) 11
D) 8 E) 10

5 ¿Cuántos números de la siguiente forma existen?
$\overline{a(a+b)\sqrt{b}(2a)}_{(7)}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

6 Si se sabe que:
$57N = ...718$
$22N = ...628$
Calcula la suma de las tres últimas cifras de 26N.

A) 10 B) 9 C) 12
D) 7 E) 15

7 Halla la suma de las 3 últimas cifras del resultado de:

$8 + 88 + 888 + 8888 + ... + \underbrace{888...888}_{27\text{ cifras}}$

A) 24 B) 18 C) 20
D) 17 E) 22

8 Si cada asterisco representa una cifra en:

$\overline{abc} - \overline{cba} = 3**$ y $\overline{abc} + \overline{cba} = *35*$

Entonces, $(2a + b + c)$ es:

A) 25 B) 26 C) 29
D) 28 E) 27

9 ¿Cuántos números de tres cifras existen tales que cuando se les divide entre 23, el resto que se obtiene es igual al doble del cociente respectivo?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

10 En el producto $\overline{(3a)a(2a)}$. N se cometió el error de colocar cada producto parcial, uno debajo del otro obteniéndose como suma de dichos productos 4206. Calcula la suma de cifras del verdadero producto total.

A) 22 B) 15 C) 16
D) 21 E) 20

11 En dos sistemas de numeración, se observa que uno de ellos tiene 42 números capicúas de 3 cifras más que el otro. Indica el sistema de la base mayor, si la suma de dichas bases es 15.

A) Binario B) Ternario C) Nonario
D) Quinario E) Decimal

12 Sabiendo que a y e son pares, determina la suma de cifras de S, siendo:

$S = \overline{abcde} + \overline{edbca}$

$\overline{ab} + \overline{ed} = 152$

$\overline{cd} + \overline{bc} = 101$

A) 15 B) 18 C) 19
D) 22 E) 26

13 En una división inexacta el residuo por defecto, el residuo por exceso, el cociente por defecto y el divisor, en ese orden, forman una progresión aritmética de razón 3. Calcula el dividendo.

A) 180 B) 182 C) 184
D) 186 E) 188

14 Se tiene un libro que tiene 4520 páginas numeradas, si se arrancan todas las páginas que terminan en cifra 5. ¿Cuántas páginas numeradas quedan?

A) 3014 B) 3016 C) 3616
D) 3617 E) 3114



Claves

1. C	3. D	5. D	7. D	9. D	11. C	13. D
2. B	4. B	6. E	8. E	10. D	12. A	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Observa la siguiente adición:

$$\begin{array}{r} \overline{53a} + \\ \overline{4b2} \\ \overline{c43} \\ \hline \overline{d287} \end{array}$$

Entonces:

I. $a + c =$ ☐

II. $(c - b)^{a+d} =$ ☐

III. $a_{(5)} + b_{(5)} + c_{(5)} =$ ☐

2. Relaciona según corresponda:

$31_{(5)} + 41_{(5)}$	$132_{(5)}$
$3_{(5)} \times 24_{(5)}$	$232_{(5)}$
$C.A.(213_{(5)})$	$122_{(5)}$

3. Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp}$

Entonces:

I. $n =$ ☐

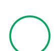
II. $m + p =$ ☐

III. Si: $m = 5 \Rightarrow a - c =$ ☐

Razonamiento y demostración

4. Coloca >, < o =, según corresponda, tomando en cuenta que en una división se tiene que el dividendo y divisor son 23 y 5, respectivamente.






$r_d + q$	◯	$r_e + r_{máx.}$
$r_{mín.}$	◯	2
$r_d + r_e$	◯	d
q_e	◯	q

5. Analiza los siguientes enunciados y coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Si $C.A.(m) = C.A.(n) \Rightarrow m = n$ ( )

II. Si $M + S + D = 658 \Rightarrow M = 329$ ( )

III. Si $\overline{ab}_{(7)} - \overline{ba}_{(7)} = \overline{mn}_{(7)} \Rightarrow m = 6$ ( )

Resolución de problemas

6. Calcula $(x + y + a)$, si:

$\overline{a1x} + \overline{a2x} + \overline{a3x} + ... + \overline{a7x} = \overline{38y1}$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

7. El Perú tenía una deuda externa de $\overline{abc} \times 100^3$ dólares, pagó $\overline{cba} \times 100^3$ dólares y quedó debiendo más de $5 \times 10\ 000^2$ dólares y menos de $6 \times 10\ 000^2$ dólares. ¿A cuánto asciende la deuda externa actual del Perú, en dólares?

A) 594×100^3 B) 495×100^3
C) 693×100^3 D) 472×100^3
E) 462×100^3

8. Halla el valor de n.

Si: $5 + 12 + 21 + ... + n = 3710$

A) 460 B) 480 C) 440
D) 500 E) 520

9. La suma del dividendo y el divisor de una división inexacta es 31 veces el resto, y la diferencia de los mismos es 21 veces dicho resto. ¿Cuál es el cociente de dicha división?

A) 9 B) 7 C) 5
D) 12 E) 15

10. De la siguiente progresión aritmética:

8; 21; 34; 47; ...

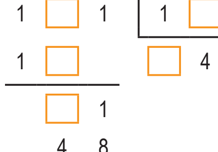
¿Cuántos términos están comprendidos entre 300 y 500?

A) 16 B) 15 C) 14
D) 13 E) 12

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Analiza y completa los recuadros vacíos:



I. Suma de valores de los recuadros vacíos = ☐

II. $r_{máx.} =$ ☐

III. $r + r_e =$ ☐

12. Dada la siguiente progresión aritmética:

$12_{(n)}; 16_{(n)}; \overline{2a}_{(n)}; 30_{(n)}; ...; 63_{(n)}$

Completa:

I. razón = ☐

II. n = ☐

III. a + n.° términos = ☐

Razonamiento y demostración

13. Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp}$

Demuestra:

I. n = 9

II. m + p = 9

III. a – c = m + 1

14. Demuestra la siguiente relación:

$$r_e + r_d = d$$

Donde:

d: divisor

r_e: residuo por exceso

r_d: residuo por defecto

Resolución de problemas

15. Agregando $\overline{3xy}$ a un numeral de 3 cifras, se obtiene el mismo número, pero escrito a la inversa. Halla el numeral sabiendo que la suma de sus cifras es 13 y la cifra de las unidades es el triple de la cifra de las centenas. Da como respuesta la cifra de las decenas.

A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 9

16. Si la suma de los dos primeros términos de una progresión aritmética es la solución positiva de la ecuación: $x^2 + 6x - 55 = 0$ y el 5.° término es 13. Halla la razón de la progresión.

A) 2 B) 5 C) 3
D) 4 E) 1

17. Si se verifica:

$\overline{a1a}_{(8)} + \overline{a2a}_{(8)} + ... + \overline{a7a}_{(8)} = \overline{bcd5}_{(8)}$

Halla: a + b + c + d

A) 11 B) 9 C) 10
D) 12 E) 14

18. Calcula: A + C + U

Si $\overline{DOS} \times \overline{DOS} = \overline{CUATRO}$; además, se sabe que uno de los productos parciales termina en cero, S = 2 y O ≠ cero.

A) 11 B) 14 C) 21
D) 18 E) 23

19. Halla (x + y + z) si:

$(\overline{abc} - \overline{cba}) . (a - c) = \overline{xyz1}$

A) 8 B) 17 C) 26
D) 15 E) 14

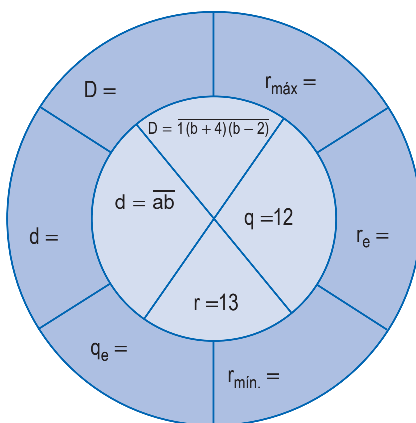
20. ¿Cuántos números de 3 cifras que terminan en cero podrán ser dividendos de una división inexacta en la cual se cumple que el cociente es igual al residuo y este es máximo?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 4 E) 8

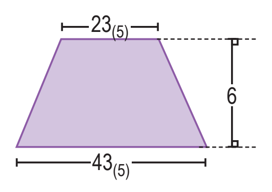
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Con la información del gráfico mostrado, completa los recuadros vacíos.



22. Dado el siguiente trapecio cuya área es $\overline{mnp}_{(5)}$.



Completa los recuadros:

I. $\overline{mn}_{(5)} + \overline{np}_{(5)}$ = 

II. $\overline{mnp}_{(5)} - \overline{pnm}_{(5)}$ = ☐

III. $2 + 4 + 6 + ... + \overline{pm}$ = ☐

Razonamiento y demostración

23. Si los dos primeros términos de la progresión aritmética:

$$\overline{a};\ \overline{bc};\ \ldots;\ \overline{bac}$$

son las soluciones positivas de la ecuación:

$$x^2 - 24x + 135 = 0$$

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $a + b + c = 15$ ( )
II. n.° términos = 30 ( )
III. $t_n = 3n + 6$ ( )

24. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Si $\overline{xyxyxy} = 13x \cdot y \cdot (\overline{xy})^2 \Rightarrow (y - x)^2 = 16$ ( )
II. $N = \overline{abc} - \overline{cba}$ siempre tendrá dos cifras. ( )
III. Si: $\overline{(a^2+3)\sqrt{b}\,(c+4)} - \overline{(c+4)\sqrt{b}\,(a^2+3)} = \overline{mnp}$ ( )

Entonces:

$$E = \frac{(m+n)^2 - (n+p)^2}{3(m-p)} = 9$$

Resolución de problemas

25. Si: C. A.$(\overline{abc})$ + C. A.$(4 \times \overline{abc}) = 9220$
Calcula: $(a + b + c)$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

26. Al escribir la siguiente secuencia que tiene 113 términos. ¿Cuántas cifras en total se han utilizado?

$$66^{67};\ 69^{70};\ 72^{73};\ 75^{76};\ \ldots$$

A) 604 B) 665 C) 650
D) 653 E) 655

27. En una división entera inexacta, el residuo por defecto, el residuo por exceso, el residuo máximo y el cociente por defecto forman, en ese orden una progresión aritmética de razón 5. ¿Cuál es el valor del dividendo?

A) 363 B) 360 C) 368
D) 385 E) 272

28. Si cada asterisco representa una cifra:

$\overline{abc} \cdot 3 = 12{*}{*}$
$\overline{abc} \cdot 5 = {*}{*}{*}0$
$\overline{abc} \cdot 8 = {*}{*}5{*}$

Calcula: $a + b + c$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 8 E) 7

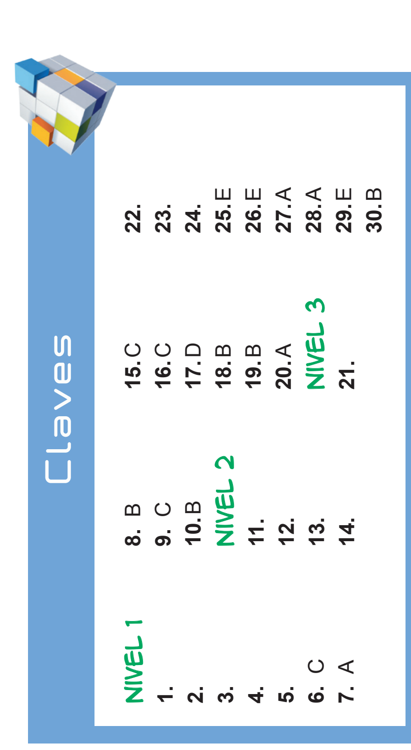
29. Un número es tal que multiplicado por 2; 5; 6; 7; 8 y 11, respectivamente, resultan como productos los siguientes números: $\overline{abcdef}$; $\overline{cdefab}$; $\overline{efabcd}$; $\overline{bcdefa}$; $\overline{fabcde}$; $\overline{defabc}$; determina el número sabiendo que:

$a + b + c + d + e + f = 27$

A) 76 963 B) 76 023 C) 79 623
D) 76 293 E) 76 923

30. En una división inexacta cuyo divisor es 14 y resto 3, al dividendo se le aumenta n unidades y el cociente aumenta en 4.
Determina la suma del máximo y mínimo valor que toma n si la división es inexacta en todos los casos.

A) 110 B) 120 C) 118
D) 116 E) 114



MARATÓN Matemática

- Simplifica:
$T \equiv \sim\{(\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow \sim[\sim(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \,\Delta\, t)]\} \wedge \{\{(t \,\Delta\, s) \wedge \{[(p \Longleftrightarrow \sim r) \Rightarrow s] \Rightarrow [(r \vee p) \wedge \sim(p \wedge r)]\}\} \vee \{[(\sim r \Rightarrow \sim r) \wedge \sim(t \,\Delta\, s)] \Rightarrow \sim[\sim(q \vee \sim p)]\}\}$

Resolución:

$A \equiv \sim\{(\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow \sim[\sim(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \,\Delta\, t)]\}$
$A \equiv \sim\{(q \vee \sim p) \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \vee (q \,\Delta\, t)]\}$
$A \equiv \sim\{(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \vee (q \,\Delta\, t)]\}$
$A \equiv \sim\{\sim(p \Rightarrow q) \vee \sim[(p \Rightarrow q) \vee (q \,\Delta\, t)]\}$
$A \equiv \{(p \Rightarrow q) \wedge [(p \Rightarrow q) \vee (q \,\Delta\, t)]\}$
$A \equiv p \Rightarrow q$

Sea:
$B \equiv (t \,\Delta\, s) \wedge \{[(p \Longleftrightarrow \sim r) \Rightarrow s] \Rightarrow [(r \vee p) \wedge \sim(p \wedge r)]\}$
$B \equiv (t \,\Delta\, s) \wedge \{[\sim(p \Longleftrightarrow \sim r) \vee s] \Rightarrow [[\sim(\sim r) \vee p] \wedge (\sim p \vee \sim r)]\}$
$B \equiv (t \,\Delta\, s) \wedge \{[\sim(p \Longleftrightarrow \sim r) \vee s] \Rightarrow [(\sim r \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow \sim r)]\}$
$B \equiv (t \,\Delta\, s) \wedge \{[\sim(p \Longleftrightarrow \sim r) \vee s] \Rightarrow [p \Longleftrightarrow \sim r]\}$
$B \equiv (t \,\Delta\, s) \wedge \{\sim[\sim(p \Longleftrightarrow \sim r) \vee s] \vee [p \Longleftrightarrow \sim r]\}$
$B \equiv (t \,\Delta\, s) \wedge \{[(p \Longleftrightarrow \sim r) \wedge \sim s] \vee [p \Longleftrightarrow \sim r]\}$
$B \equiv (t \,\Delta\, s) \wedge (p \Longleftrightarrow \sim r)$

Sea:
$C \equiv [(\sim r \Rightarrow \sim r) \wedge \sim(t \,\Delta\, s)] \Rightarrow \sim[\sim(q \vee \sim p)]$
$C \equiv [(r \vee \sim r) \wedge \sim(t \,\Delta\, s)] \Rightarrow (q \vee \sim p)$
$C \equiv [V \wedge \sim(t \,\Delta\, s)] \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv \sim(t \,\Delta\, s) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
$C \equiv (t \,\Delta\, s) \vee (p \Rightarrow q)$

Luego:
$T \equiv A \wedge \{B \vee C\}$
$T \equiv (p \Rightarrow q) \wedge \{[(t \,\Delta\, s) \wedge (p \Longleftrightarrow \sim r)] \vee [(t \,\Delta\, s) \vee (p \Rightarrow q)]\}$
$T \equiv (p \Rightarrow q) \wedge \{\{[(t \,\Delta\, s) \wedge (p \Longleftrightarrow \sim r)] \vee (t \,\Delta\, s)\} \vee (p \Rightarrow q)\}$
$T \equiv (p \Rightarrow q) \wedge \{(t \,\Delta\, s) \vee (p \Rightarrow q)\}$
$T \equiv p \Rightarrow q$

1. Si p es la única raíz real de la ecuación cúbica en x:
$x^3 - 108x + 108p - p^3 = 0$
Además el menor valor entero positivo de p es $\overline{ab}_{(a+1)}$, entonces:
$\overline{a5}_{(11)} + \overline{bbb} =$ ☐

2. Simplifica el siguiente esquema molecular:
$[(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)] \vee q \vee \sim p$

A) p B) $\sim q$ C) $p \Rightarrow q$ D) $p \,\Delta\, q$ E) $q \Rightarrow p$

3. Si sabemos que:
$\sim r \wedge (\sim p \Rightarrow q)$, es verdadera
$(s \vee p) \Leftrightarrow r$, es falsa
Halla, respectivamente, el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. $\sim(p \wedge \sim s)$
II. $r \Rightarrow \sim s$
III. $\sim q \,\Delta\, r$

A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFV

4. Dadas los conjuntos:
$A = \{2n \,/\, n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n^2 \leq 400\}$
$B = \{4m \,/\, m \in \mathbb{Z}^+ \wedge 2 < \frac{m}{2} < 8\}$
¿Cuántos elementos tiene el conjunto $A \,\Delta\, B$?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

5. Determina por comprensión, el siguiente conjunto:

$$M = \left\{\frac{4}{7}; \frac{9}{12}; \frac{16}{19}; \frac{25}{28}; \ldots; \frac{400}{403}\right\}$$

A) $M = \left\{\frac{x^2}{x^2+3} \,/\, x \in \mathbb{N}; 2 < x < 21\right\}$

B) $M = \left\{\frac{x^2}{x^2+3} \,/\, x \in \mathbb{N} \wedge 2 \leq x \leq 20\right\}$

C) $M = \left\{\frac{x^2}{x^2+3} \,/\, x \in \mathbb{Z}; 7 < 4x+3 < 83\right\}$

D) $M = \left\{\frac{x^2}{x^2+3} \,/\, x \in \mathbb{Z}^+; x < 21\right\}$

E) $M = \left\{\frac{x^2}{x^2+3} \,/\, x \in \mathbb{Z}; 2 < 2x < 22\right\}$

6. Si: $\overline{1(n-1)}_{\overline{1(n-2)}_{\cdot^{\cdot^{\cdot^{13_{12_{11_{(n)}}}}}}}} = \overline{aaa}$

Calcula: $n + a^2$

A) 72 B) 74 C) 76 D) 78 E) 80

7. A una fiesta asistieron $\overline{ban}_{(7)}$ invitados, de los cuales $\overline{abp}_{(m)}$ son hombres jóvenes, $\overline{ccm}_{(n)}$ son mujeres jóvenes y $\overline{cpp}_{(b)}$ adultos, de los cuales $\overline{pb}_{(a)}$ son hombres adultos. ¿Cuántas mujeres asistieron? $(p \neq c)$

A) 35 B) 43 C) 53 D) 62 E) 73

8. Si se cumple que:
$f(1) = 4;\ f(2) = 10;\ f(3) = 18;\ f(4) = 28;\ f(5) = 40$
Halla el valor de S:

$$S = \sum_{k=1}^{20} f(x)$$

A) 3250 B) 3300 C) 3350 D) 3400 E) 3500

9. Halla el valor de:
$S = 5 + 55 + 555 + \ldots$ (n sumandos)

A) $\frac{1}{81}(10^{n+1} - 9n - 10)$ B) $\frac{1}{27}(10^{n+1} - 9n - 10)$

C) $\frac{2}{25}(10^{n+1} - 9n - 10)$ D) $\frac{5}{81}(10^{n+1} - 9n - 10)$

E) $\frac{5}{9}(10^{n+1} - 9n - 10)$



Aritmética
Unidad 2

RECUERDA

Los aportes matemáticos del siglo XVI al XIX

Aunque el final del periodo medieval fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, que fue publicada en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano en su Ars Magna. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superiores. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Évariste Galois a principios del siglo XIX.

También durante el siglo XVI se empezaron a utilizar los modernos signos matemáticos y algebraicos. El matemático francés François Viète llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, incluyendo a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra.

Durante el siglo XVII tuvieron lugar los más importantes avances en las matemáticas desde la era de Arquímedes y Apolonio. El siglo comenzó con el descubrimiento de los logaritmos por el matemático escocés John Napier (Neper); su gran utilidad llevó al astrónomo francés Pierre Simon Laplace a decir, dos siglos más tarde, que Neper, al reducir el trabajo de los astrónomos a la mitad, les había duplicado la vida.

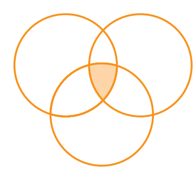
La ciencia de la teoría de los números, que había permanecido aletargada desde la época medieval, es un buen ejemplo de los avances conseguidos en el siglo XVII. La obra Aritmética de Diofanto ayudó a Fermat a realizar importantes descubrimientos en la teoría de números. Su conjetura más destacada en este campo fue que no existen soluciones de la ecuación cuya forma es: an + bn = cn, con a; b y c enteros positivos y n mayor que 2. Esta conjetura, conocida como el último teorema de Fermat, ha generado gran cantidad de trabajos en el álgebra y la teoría de números.

Reflexiona

- *Practica vivir el momento y no permitas que ningún pensamiento basado en el pasado te limite.*
- *Muy pocas personas comprenden y viven en silencio, en gran medida a causa de su condicionamiento y de su falta de disposición para enseñar a su mente a vivir en el momento presente.*
- *Haz un esfuerzo para eliminar todos los prejuicios que tú mismo te has ido formando. Los prejuicios solo sirven para frenarte.*

¡Razona...!

Coloca las 7 primeras cifras significativas, en cada región de la figura, de tal manera que la suma de los números en cada círculo sea 19.



Da como respuesta el número que va en la región sombreada.

A) 1 B) 3 C) 5
D) 6 E) 7

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

1 ¿Cuántos números pares múltiplos de 11 están comprendidos entre 500 y 700?

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

2 Halla x, si:
$\overline{5x6x4} = \overset{\circ}{23}$

A) 1 B) 3 C) 2
D) 4 E) 0

3 Al dividir $(\overset{\circ}{13} + 6)$ entre $(\overset{\circ}{13} + 8)$, el cociente es Q y el residuo $(\overset{\circ}{13} + 5)$. Halla el menor valor de Q entero positivo.

A) 6 B) 4 C) 5
D) 8 E) 3

4 Sabiendo que: $\overline{a3a4a24b} = \overset{\circ}{72}$, calcula la suma de todos los valores que toma $(a + b)$.

A) 16 B) 13 C) 10
D) 39 E) 38

5 Halla x, si: $4(x - 2) = \overset{\circ}{5}$.

A) $\overset{\circ}{5} + 2$ B) $\overset{\circ}{5}$ C) $\overset{\circ}{5} + 1$
D) $\overset{\circ}{5} - 2$ E) $\overset{\circ}{5} + 3$

6 Halla el menor múltiplo de 4 que toma x en $7(x + 1) = \overset{\circ}{3}$.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 12

7 Halla el menor múltiplo de 3 que asume x en $8x + 6 = \overset{\circ}{14}$.

A) 6 B) 12 C) 11 D) 13 E) 15

8 Si $29\,527^{\overline{abc}} = \overset{\circ}{9} + 4$; halla el menor valor de $\overline{abc}$.

A) 100 B) 101 C) 102 D) 103 E) 104

9 Un comerciante compra al por mayor camisas y corbatas a S/.28 y S/.12 la unidad respectivamente. Si invirtió S/.868, ¿cuántas prendas comprará en total, sabiendo que la cantidad de camisas es la menor posible?

A) 71 B) 72 C) 73 D) 74 E) 75

10 Si $\overline{5a3b7} + \overline{b3a}$ es múltiplo de 40, calcula $a - b$, si $a > b$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11 Despeja a, en $2a + 1 = \overset{\circ}{13}$.

A) $\overset{\circ}{7} - 1$ B) $\overset{\circ}{7} + 1$ C) $\overset{\circ}{13}$
D) $\overset{\circ}{13} + 1$ E) $\overset{\circ}{13} + 6$

12 Si $13N = \overline{a134}$, calcula $a + N$.

A) 322 B) 321 C) 320
D) 319 E) 318

13 Si: $\overline{528n} = \overset{\circ}{9}$, determina por qué números es divisible $\overline{n55n}$.

A) 17; 19 y 23 B) 11; 17 y 19 C)11; 17 y 23
D) 11; 13 y 17 E) 11; 19 y 29

14 Sabiendo que $\overline{a1b3c5} = \overset{\circ}{7} + 5$, determina el residuo de dividir $\overline{a7b9c}$ entre 7.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Claves

1. B	3. C	5. A	7. E	9. A	11. E	13. B
2. C	4. D	6. D	8. B	10. A	12. A	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Sea:

$$N = \begin{cases} \overset{\circ}{12} \\ \overset{\circ}{6} \\ \overset{\circ}{14} \end{cases}$$

Completa los recuadros:

I. Si $N = \overline{1mn}$, entonces $m + n =$ ☐

II. Si $N = \overline{ab}$, entonces $\overline{ab} + 23 =$ ☐

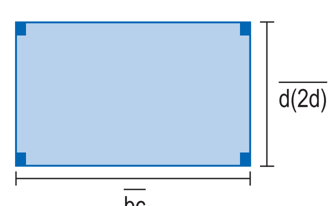
III. Si $5N = \overline{8xy}$, entonces $x^y =$ ☐

IV. Si $N = \overline{aabb}$, entonces $N =$ ☐

2. Relaciona:

$\overline{xyz341}^{46}$	$\overset{\circ}{5}$
$\overline{abba}_{(4)}$	$\overset{\circ}{6}$
$\overline{nnmnn}_{(2)}$	$\overset{\circ}{8} + 1$
$\overline{(4p)(4p)(4p)}$	$\overset{\circ}{13} - 2$
$\overline{cde\,(\overline{fg})\,(11)}_{(13)}$	$\overset{\circ}{4} + 11_{(2)}$

3. Si el área del siguiente rectángulo es $\overline{1a0}$, entonces calcula: $a + b + c + d$.



A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $\overset{\circ}{5} + \overset{\circ}{5} + \overset{\circ}{5} = \overset{\circ}{3}$ ☐

II. $\overset{\circ}{13} - 5 = \overset{\circ}{13} + 8$ ☐

III. $n(n + 1)(n + 2) = \overset{\circ}{6}; \forall n \in \mathbb{Z}$ ☐

IV. $319^{357} = \overset{\circ}{5} - 1$ ☐

5. De las siguientes proposiciones, son verdaderas:

I. Si: $3x + 7y = 29$; $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x - y = 3$

II. Si: $A = \{x / 13(2x + 3) = \overset{\circ}{7} \wedge \overline{x5} < 97\}$
$\Rightarrow n(A) = 4$

III. Si: $A + B = \overset{\circ}{7} \Rightarrow 2A^2 + 3AB + B^2 = \overset{\circ}{7}$

IV. Dado: $255^n = \overset{\circ}{4} + r$
Si n es impar $\Rightarrow n + r =$ par
Si n es par $\Rightarrow n + r =$ impar

A) I, II y III B) I, III, IV C) I, IV
D) IV E) I, II, III y IV

Resolución de problemas

6. Indica lo falso:

A) $19 = \overset{\circ}{3} - 2$ ☐

B) $23 = \overset{\circ}{4} + 3$ ☐

C) $29 = \overset{\circ}{5} + 4$ ☐

D) $31 = \overset{\circ}{7} - 1$ ☐

E) $41 = \overset{\circ}{7} - 1$ ☐

7. Si $\overline{ab}$ es divisible por 9 y $\overline{ba}$ es divisible por 5. Calcula $\overline{ab} + \overline{ba}$. Da como respuesta la suma de sus cifras.

A) 18 B) 9 C) 3 D) 6 E) 12

8. Reduce: $(\overset{\circ}{7} + 4)(\overset{\circ}{7} + 5)$

A) $\overset{\circ}{7} + 1$ B) $\overset{\circ}{5}$ C) $\overset{\circ}{7} + 2$
D) $\overset{\circ}{7} + 5$ E) $\overset{\circ}{7} + 6$

9. ¿Cuántos números impares de 2 cifras son múltiplos de 7?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. Halla $(a + b)$ si $\overline{2ab0}$ es divisible por 99.

A) 14 B) 16 C) 12 D) 10 E) 18

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Si: $3x = n + 1$; $x \in \mathbb{Z}^+$

Entonces completa la tabla:

n	$x_{mín.}$
4	
5	
7	
8	
10	

12. Ordena las letras según el orden asignado.

$G = \overline{cc} = \overset{\circ}{9}$

$S = \overline{(2m)(3m)m} = \overset{\circ}{66}$

$R = \overline{1pq} = \overline{MCM(57;\ 9)} + 2$

$I = \overline{ab} = \overset{\circ}{47} + 13$

$T = \overline{mn}_{(4)} = \overset{\circ}{11}$

$E = \overline{c1b3}_{(4)} + \overline{c4b5}_{(6)} = \overline{(2x)xx}$



Razonamiento y demostración

13. Demuestra:

Si $\overline{abcd} = \overset{\circ}{99} \Rightarrow \overline{ab} + \overline{cd} = \overset{\circ}{99}$

14. Demuestra:

Si $\overline{abcd} = \overset{\circ}{3} \Rightarrow a + b + c + d = \overset{\circ}{3}$

Resolución de problemas

15. Determina el mayor numeral de la forma $\overline{ababab}$ que es múltiplo de 35 e indica el valor de $a \times b$.

A) 10 B) 35 C) 45
D) 40 E) 30

16. Calcula la suma de todos los valores de a y b en la que $\overline{aba}$ es $\overset{\circ}{33}$.

A) 19 B) 32 C) 24
D) 22 E) 15

17. Se sabe que en una división el dividendo es $\overset{\circ}{12} + 7$ y el divisor es $\overset{\circ}{12} + 5$. Halla el cociente si es el menor número de 3 cifras, sabiendo además que el residuo es $\overset{\circ}{12} + 3$.

A) 101 B) 102 C) 104
D) 105 E) 107

18. Sabiendo que el numeral $\overline{2a3b2a3b\ldots2a3b}$ de 712 cifras al ser dividido entre 9 deja residuo 2, calcula el valor de: a + b.

A) 3 o 12 B) 9 C) 10
D) 7 E) 2

19. Si: $\overline{ab} = \overset{\circ}{5};\ \overline{ba} = \overset{\circ}{9};\ \overline{abc} = \overset{\circ}{4}$

Halla el mayor valor de: a + b + c.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 15 E)18

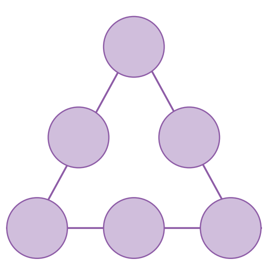
20. En un aula Luis observó que si agrupa a sus compañeros de 12 en 12 sobrarían 4; pero si los agrupa de 18 en 18 le faltarían 8 para formar un nuevo grupo. ¿Cuántos alumnos hay en total, si está comprendido entre 70 y 120?

A) 100 B) 110 C) 90
D) 115 E) 85

NIVEL 3

Comunicación matemática

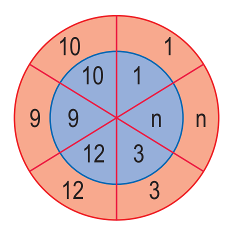
21. Ubica los números consecutivos $\overline{ab}$; $\overline{ab} + 1$; $\overline{ab} + 2$; $\overline{ab} + 3$; $\overline{ab} + 4$; $\overline{ab} + 5$ en la siguiente figura, de modo que la suma de los números ubicados en cada lado del triángulo sea el menor múltiplo de 9.



Da como respuesta la suma de los números ubicados en los vértices del triángulo.

A) 45 B) 46 C) 47
D) 48 E) 49

22. Si en la región sombreada de color azul se ubican en sentido horario los restos potenciales sucesivos de las potencias de un número de una cifra mayor que 1, con respecto al módulo $\overline{ab}$ y en la región sombreada de color rojo, los restos potenciales por exceso (no necesariamente en orden) de las potencias del mismo número con respecto al módulo $\overline{ab}$.



Da como respuesta el producto de dicho número por (an + b)

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

Razonamiento y demostración

23. Demuestra:
Si $\overline{abcde} = \overset{\circ}{7} \Rightarrow -3a - b + 2c + 3d + e = \overset{\circ}{7}$

24. Demuestra:
$(\text{n.° impar})^{\text{n.° par}} = \overset{\circ}{8} + 1$

Resolución de problemas

25. Halla el resto de dividir E por 9:
$E = \underbrace{232323\ldots232}_{101\text{ cifras}}$

A) 1 B) 0 C) 3
D) 6 E) 5

26. Si:
$\overline{xyz} = \begin{cases} \overline{\ldots m0}_{(7)} \\ \overline{\ldots n1}_{(5)} \\ \overline{\ldots p1}_{(6)} \end{cases}$

Calcula el máximo valor de: $x + y + z$

A) 24 B) 17 C) 10
D) 13 E) 19

27. Debo gastar S/.617 en la compra de polos cuyo costo es S/.8 y camisas cuyo costo es S/.13. ¿Cuál es el mínimo número de prendas que podría comprar?

A) 28 B) 49 C) 44
D) 59 E) 74

28. ¿Cuántos términos de la siguiente secuencia:
60(1500); 61(1499); 62(1498); ...; 1500(60) son de la forma $\overset{\circ}{9} + 5$?

A) 321 B) 320 C) 342
D) 312 E) 319

29. Un libro tiene entre 510 y 700 páginas, su última página es $\overset{\circ}{11}$ y en la numeración de sus páginas se emplea un número de tipos de imprenta que es $\overset{\circ}{10}$. Calcula el número de páginas e indica la suma de sus cifras.

A) 13 B) 1 C) 12
D) 10 E) 14

30. Calcula el residuo de dividir $\overline{dab}^{\overline{UNI16}}$ entre c–b. Sabiendo que:
$\underbrace{(288288\ldots)}_{32\text{ cifras}}^{\overline{UNI}^{2014}} = \overset{\circ}{15} + \overline{ab}$

Demás:
$\overline{abcd} = \overset{\circ}{11}$; $\overline{cabd} = \overset{\circ}{9}$; $\overline{ab} < 15$; $a \neq b$

A) 5 B) 4 C) 1
D) 3 E) 2

31. Si n, m $\in \mathbb{Z}^+$ y además, n no es divisible entre 5, calcula el residuo de dividir P por 5.
$P = n^{2\overline{00}m} + \overline{4}n^{400m} + 9n^{600m} + \ldots + 144n^{2400m}$

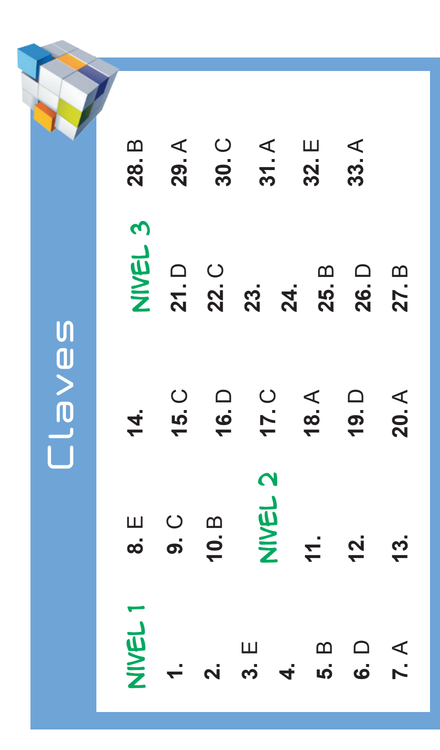
A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

32. Si:
$\overline{xy} = \overset{\circ}{7}$
$8 \times 10^{xy} + 9^{xy} = \overset{\circ}{72} + x + 4$
Halla el valor de $y - x$.

A) 0 B) 1 C) 2
D) –2 E) –1

33. Si:
$H = 3^{6n+2} + 5 \times 2^{6n+1}$
Halla el residuo de dividir H por 19.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4



Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: NÚMEROS PRIMOS - MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD) Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM)

1 Calcula la suma de todos los valores de **a** que hacen posible que el numeral $\overline{aaa}$ tenga 8 divisores.

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

2 ¿Cuántos números de la forma $\overline{abab}$ existen tales que posean 6 divisores?

A) 1 B) 5 C) 3
D) 2 E) 4

3 ¿Cuántos divisores de 113 400 terminan en 1; 3; 7 o 9?

A) 5 B) 12 C) 24
D) 8 E) 10

4 Un número es igual a 15 veces su complemento aritmético y el producto de los dos tiene 72 divisores. ¿Cuántos divisores tiene dicho complemento?

A) 20 B) 26 C) 32
D) 36 E) 12

5 Halla el residuo de dividir N entre 27.
$N = 165^{36} + 165^{72} + 165^{108} + ... + 165^{396}$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

6 ¿Cuántos rectángulos existen tales que su área sea igual a 1250 m^2 y que sus lados sean números enteros?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

7 ¿En cuántos ceros termina 64!?

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

8 Al calcular el MCD de 2 números mediante el algoritmo de Euclides los residuos fueron r; 24 y 12 y los tres primeros cocientes fueron 3; 5 y 4. Calcula la diferencia entre los numerales.

A) 1296 B) 1216 C) 1196
D) 1024 E) 1236

9 Halla en qué cifra termina el MCM de:
$A = 7^{862} - 1$; $B = 7^{1293} - 1$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

10 Si MCM(63A; 9B) = 12 096 y MCD(91A; 13B) = 104
Calcula el menor valor posible de: A + B

A) 60 B) 72 C) 78
D) 82 E) 80

11 Si MCM($\overline{anan}$ – 7; B) es igual al MCM($\overline{anan}$ – 7; 11B); calcula la suma de valores de: a + n

A) 60 B) 66 C) 72
D) 76 E) 78

12 Halla el producto de dos números cuya suma es 27 y su MCM es 60.

A) 190 B) 170 C) 180
D) 200 E) 150

13 Si:
$MCD(\overline{abc}_{(n)}; \overline{ab(c+1)}_{(n)}) = \overline{(8-n)6(n-7)}_{(n)} - \overline{pq}$,
calcula p + q.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

14 Se tienen ladrillos cuyas dimensiones son 12; 15 y 18 cm. ¿Cuál es la menor cantidad de ladrillos que se necesitan para formar un cubo compacto?

A) 1800 B) 1580 C) 4500
D) 1600 E) 3240

Claves

1. D	3. E	5. E	7. D	9. E	11. C	13. B
2. D	4. E	6. B	8. E	10. E	12. C	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

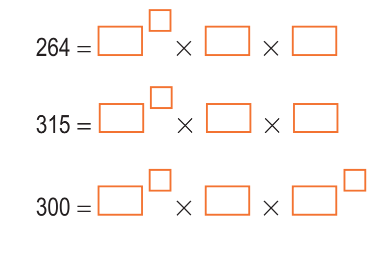
1. Completa:

- ☐ es el único número que posee un solo divisor.
- ☐ y ☐ son los únicos números primos consecutivos.
- El ☐ es el único número primo par.
- Todo número primo mayor que ☐ es de la forma $\overset{\circ}{6} + 1$ o $\overset{\circ}{6} - 1$.

2. Marca con un aspa los números que son primos absolutos.

39	37	41	53
45	27	63	51

3. Completa las siguientes descomposiciones canónicas.



Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero o falso según corresponda.
¿Cuántos de los enunciados son verdaderos?

I. $MCM(11^3; 11; 11^5) = 11$ ☐

II. MCD(1; 19 431 025; 29 999) = 1 ☐

III. MCM(8; 9) > 72 ☐

A) Solo I B) I, II y III C) II y III
D) Solo II E) Solo III

5. Si A y B son PESÍ, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. MCD(A; B) > 1 ☐

II. MCM(A; B) = A × (B + 1) ☐

III. $\frac{A}{B} \in \mathbb{Z}$ ☐

Resolución de problemas

6. ¿Cuántos ceros debe poseer N = 200...00 para tener 870 divisores múltiplos de 4?

A) 29 B) 28 C) 31
D) 30 E) 24

7. Un número tiene 2 divisores primos y 12 divisores compuestos. Si la suma de sus divisores es 403. Calcula la suma de cifras de dicho número.

A) 6 B) 11 C) 13
D) 9 E) 21

8. Determina la cantidad de divisores que no son $\overset{\circ}{15}$ en el numeral: $45^n.18$

A) 3(n + 1) B) 4n(n + 1) C) 6n
D) 6(n + 1) E) 12(n + 1)

9. ¿Cuántos divisores tiene $14^{10} - 14^8$?

A) 99 B) 72 C) 648
D) 1448 E) 729

10. Si: MCD(9A; 24B) = 30
Calcula el MCD(15A; 40B).

A) 39 B) 41 C) 48
D) 50 E) 52

11. Si MCD(15A; 20B) = 30, calcula MCD(12A; 16B) y da como respuesta el producto de sus cifras.

A) 6 B) 8 C) 10
D) 7 E) 16

12. Sabiendo que el MCD de 1524 y un número menor es 127, determina la cantidad de los valores posibles del número menor.

A) 6 B) 2 C) 7
D) 8 E) 4

13. Si MCD(15A; 21B) = 90; MCD(21A; 15B) = 135. Halla el MCD de A y B.

A) 12 B) 15 C) 20
D) 25 E) 30

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. De los siguientes números, marca aquellos que deben retirarse para que el grupo de dichos números sea PESÍ dos a dos.

2	11	17	7	14
15	3	5	22	1

15. Completa el siguiente cuadro:

N	CD(N)	SID(N)	MCM(N; 3)
1224			
			27
1260			
495			
			243

Razonamiento y demostración

16. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $10! = \overset{\circ}{11} - 1$ ( )

II. $\left[\dfrac{MCD(A;B)}{MCM(A;B)}\right]^{-1} \notin \mathbb{Z}$ ( )

III. $\forall\, N \in \mathbb{Z}^{+} - \{1\}$: $N! = \overset{\circ}{2}$ ( )

17. De las siguientes proposiciones:

I. Si d = MCD(A; B; C), entonces: $A + B + C = \overset{\circ}{d} + 1$

II. MCD(A!; (A + 1)!) = 1

III. Si MCM(A; B) = A × B entonces A y B son PESÍ.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo III C) I y II
D) I y III E) Todas

Resolución de problemas

18. Calcula b, si (a. b. c) tiene la misma cantidad de divisores que (a^b. c), además a; b y c son primos absolutos y diferentes entre sí.

A) 2 B) 3 C) 5
D) 7 E) 11

19. Cuántos divisores tiene: $N = 9^{n+1} - 9^{n-1}$
Si 161^{n+2} tiene $\overline{n6}$ divisores.

A) 49 B) 50 C) 64
D) 65 E) 81

20. $A = 201\underbrace{000\ldots00}_{n \text{ ceros}}{}_{(8)}$

Calcula n, si A tiene 42 divisores que son $\overset{\circ}{6}$.

A) 8 B) 14 C) 5
D) 6 E) 7

21. Halla el menor número que dividido por 4; 7; 12 y 20 da un resto común que sea el mayor posible.

A) 420 B) 423 C) 426
D) 429 E) 431

22. Al dividir el MCM de N! y (N! + 1) entre el MCD de N! y 7N!, se obtiene $\overline{7ab}$. Halla a + b.

A) 2 B) 3 C) 7
D) 8 E) 9

23. Sean a y b PESÍ, si al calcular el MCD($\overline{aaaa}$; $\overline{bbbb}$) mediante el algoritmo de Euclides, se obtuvo como cocientes por exceso 3; 2 y 2, sabiendo además que a > b. Halla: a – b

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

24. Si MCD(128; $\overline{abc3}$) = $\dfrac{N}{423}$, además MCM(N; 13) = $\overline{\ldots x}$, calcula x.

A) 2 B) 5 C) 6 D) 9 E) 7

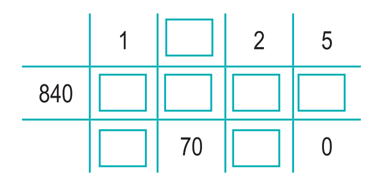
25. Si el MCD(m!; 17!) × MCM(m!; 17!) termina en 4 ceros, halla el m máximo.

A) 6 B) 8 C) 9 D) 11 E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

26. En el siguiente esquema, se calculó el MCD de dos números mediante el algoritmo de Euclides. Complétalo.



27. Relaciona:

$MCD(A; A^2 - 1)$	$N + n^2$
$MCD(7^9 - 1; 7^6 - 1; 7^{21} - 1)$	342
$\dfrac{MCM(n^2; n^2N + n^4)}{n^2}$	6
MCD[A(A + 1)(A + 2); 6]	1

Razonamiento y demostración

28. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si A y B son PESÍ, entonces A + 1 y B + 1 son PESÍ. ( )

II. Si p es primo, entonces $(p - 2)! = \overset{\circ}{p} + 1$. ( )

III. Si CD[MCD(p; 5p)] = 2 entonces p es primo. ( )

29. De las siguientes proposiciones:

I. Si A + B y A × B son PESÍ, entonces MCD(A; B) = 1.

II. Si MCM(A; nB) = MCM(A; B), entonces $A = \overset{\circ}{n} + 1$

III. Si p y q son primos absolutos y diferentes a la vez, entonces:

$$\frac{q^{(p-1)!} - 1}{p} \in \mathbb{Z}$$

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) I y III E) Solo III

Resolución de problemas

30. Si: $\overline{ab}$ y 78 son PESÍ; calcula el mínimo valor de $\overline{ab}$, siendo $a \neq b$.

A) 18 B) 17 C) 16
D) 19 E) 11

31. Determina el valor de a para que el numeral $\overline{aaaa}_{(7)}$ tenga 30 divisores.

A) 7 B) 5 C) 6
D) 3 E) 2

32. ¿Cuántos divisores pares tiene 10!?

A) 120 B) 160 C) 180
D) 240 E) 320

33. Si 550! tiene n divisores, ¿cuántos divisores tiene 551!?

A) 551n B) $\frac{62}{57}n$ C) 2n
D) 4n E) $\frac{51}{117}n$

34. Si se sabe:
$(\overline{ab})^2 + (\overline{cd})^2 = 10\,530$
MCM($\overline{ab}$; $\overline{cd}$) = 297 y MCD($\overline{ab}$; $\overline{cd}$) tiene 3 divisores
¿En cuántos ceros termina $(\overline{pqr})!$ sabiendo que p, q y r son los cocientes que se obtienen, al calcular el MCD mediante el algoritmo de Euclides de $\overline{ab}$ y $\overline{cd}$?

A) 72 B) 76 C) 82
D) 84 E) 92

35. Si el MCD($\overline{mnnm}$; $\overline{a48b}$) = 33 y el numeral $\overline{mn}$ está comprendido entre 50 y 60 (n es par); calcula la suma de los números $\overline{cded}$ y $\overline{fgh}$ sabiendo que al calcular el MCD por divisiones sucesivas de estos números, se obtuvo como cocientes: a; b; m y n, además $a < b$.

A) 4405 B) 4625 C) 4355
D) 2643 E) 1762

36. Una avenida de la ciudad de Lima tiene 18 km de longitud, en ambos lados hay terrenos de 15 m de ancho, cada uno; a su vez se siembran árboles en el centro de la avenida, comenzando por uno de los extremos a lo largo de la avenida, cuya distancia entre árbol y árbol es de 24 m; si **a** es el número de veces que coincide el límite de un lote y un árbol y **b** es el número de árboles plantados, calcula: a + b

A) 862 B) 882 C) 902
D) 912 E) 922

37. Tres móviles parten del mismo punto en una pista circular cuya longitud es 7200 m. Si sus velocidades son 90 m/s, 72 m/s y 60 m/s. ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno cuando hayan pasado nuevamente y a la vez por el mismo punto de partida? Da como respuesta el producto del número de vueltas de cada uno.

A) 2400 B) 2160 C) 2700
D) 900 E) 1800

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 2	
1.	7. D	14.	20. E	26.	32. D
2.	8. D	15.	21. B	27.	33. B
3.	9. C	16.	22. B	28.	34. B
4.	10. D	17. B	23. C	29. D	35. A
5.	11. B	18. B	24. D	30. B	36. C
6. A	12. E	19. B	25. C	31. D	37. E
	13. B				

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: FRACCIONES

1 ¿Cuánto se obtiene al simplificar el producto?

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)...\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

A) n B) 2 C) $\frac{n}{2}$
D) $\frac{2}{n}$ E) $\frac{3}{4}$

2 Halla P, si:

$$P=\frac{0,\widehat{1}+0,\widehat{2}+0,\widehat{3}+...+0,\widehat{9}}{0,0\widehat{1}+0,0\widehat{2}+0,0\widehat{3}+...+0,0\widehat{9}}$$

A) 0,1 B) 1,1 C) 100
D) 10 E) 0,01

3 Si a los 2 términos de una fracción irreductible se le suma el triple del denominador y al resultado se le resta la fracción, resulta la misma fracción. ¿Cuánto suman los términos de la fracción original?

A) 11 B) 10 C) 8
D) 16 E) 13

4 Sabiendo que n/24 es una fracción propia reductible mayor que 3/7. ¿Cuántos valores puede tomar n?

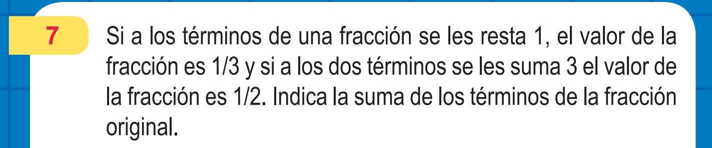
A) 8 B) 3 C) 7
D) 6 E) 10

5 Si: $\overline{ab}+\overline{bc}=79$ y $a+b+c=12$
Halla: $a^2+b^2+c^2$

A) 65 B) 30 C) 25
D) 35 E) 50

6 Una fracción equivalente a 551/1073, es tal que el MCD y el MCM de sus términos suman 14 080. Calcula la suma de las cifras de su denominador.

A) 11 B) 10 C) 9
D) 8 E) 7



7 Si a los términos de una fracción se les resta 1, el valor de la fracción es 1/3 y si a los dos términos se les suma 3 el valor de la fracción es 1/2. Indica la suma de los términos de la fracción original.

A) 18 B) 12 C) 20
D) 15 E) 10

8 La operación:

$(\sqrt{0,91666...}+\sqrt{3,666...})^2$

Es igual a:

A) 8,20 B) 8,24 C) 8,21
D) 8,22 E) 8,25

9 La suma de 2 fracciones irreductibles es 2 y sus numeradores suman 6. ¿Cuántas parejas de fracciones cumplen con dicha condición?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

10 La fracción decimal periódica $0,\widehat{3}$ está comprendida entre dos fracciones cuyos numeradores son números consecutivos y de denominador 13. Calcula la fracción mayor.

A) 6/13 B) 8/13 C) 4/13 D) 5/13 E) 7/13

11 Un caño A demora 10 horas en llenar un tanque mientras que el caño B demora 4 horas menos. Ambos funcionan juntos hasta llenar la mitad del tanque y después funciona solo el primero durante el mismo tiempo. ¿Qué fracción del tanque quedó sin llenar?

A) 7/6 B) 5/14 C) 3/14 D) 3/16 E) 5/16

12 Para cuántos valores de N menores que 200 se hace reductible la siguiente fracción:

$F=\dfrac{N^2+126N}{N+1}$

A) 39 B) 40 C) 41 D) 42 E) 43

13 Dada la fracción: $\dfrac{a}{b}=0,\widehat{a}$

Tal que:

$\dfrac{a+2}{b+2}=0,\widehat{ef}$ y $a+2=e+f$. Calcula a / (e + f)

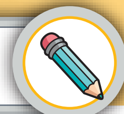
A) $0,\widehat{8}$ B) $0,\widehat{4}$ C) $0,\widehat{7}$ D) $0,\widehat{6}$ E) $0,\widehat{2}$

14 ¿Cuántas fracciones propias e irreductibles de denominador 168 existen, tales que la suma de sus términos sean $\overset{\circ}{11}$?

A) 9 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3

Claves

1. D	3. B	5. E	7. A	9. B	11. E	13. C
2. D	4. A	6. A	8. E	10. D	12. B	14. C

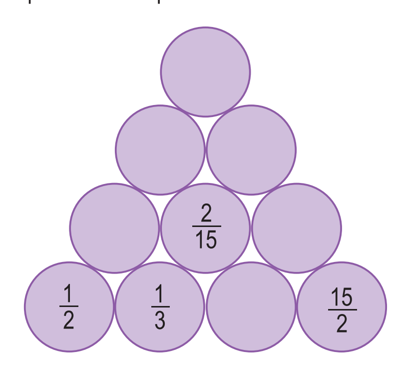


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa la pirámide multiplicativa.



2. Completa la tabla:

Clasificación \ Fracción	$\frac{a}{11}$	$\frac{\overline{1b}}{23}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{\overline{3m4}}{100}$	$\frac{42}{15}$
Decimal					
Ordinaria					
Propia					
Impropia					
Reductible					
Irreductible					

3. Coloca >, < o = ; según corresponda:

a. $\frac{0}{\overline{1a}}$ ◯ 0

b. $0,\widehat{24}_{(5)}$ ◯ $0,\widehat{14}_{(6)}$

c. $\frac{\overline{5a7}}{\overline{50a}}$ ◯ 1

d. $0,\widehat{23}_{(4)}$ ◯ $0,23_{(4)}$

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

Sea $f = \frac{a}{\overline{mn}}$

I. Si $\overline{mn} = 10$, entonces f es una fracción ordinaria.

II. Si $\overline{mn} = 43$, entonces f es una fracción propia e irreductible.

III. La fracción 713/899 es irreductible.

5. De las proposiciones:

I. El número de cifras decimales de $\frac{3}{2^4 \cdot 5^3}$ es 3.

II. En una fracción impropia el numerador es menor que el denominador.

III. La fracción $\frac{a}{11}$ genera un decimal periódico puro.

Luego, es verdadera:

A) Solo I B) Solo II C) II y II
D) I y III E) Solo III

Resolución de problemas

6. Si: $R = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{90}$, halla R.

A) 1/90 B) 2/89 C) 2/90
D) 1/10 E) 9/10

7. Pilar tiene S/.2400 y luego pierde 3 veces consecutivas $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ de lo que le iba quedando. ¿Cuánto perdió en total?

A) S/.1300 B) S/.1350 C) S/.2000
D) S/.1050 E) S/.1650

8. Juan gasta los 3/5 de lo que no gasta. Si después pierde 1/4 de lo que le queda, ¿qué cantidad de dinero tenía al inicio si al final tiene S/.30?

A) S/.72 B) S/.54 C) S/.40
D) S/.32 E) S/.64

9. ¿Cuántas fracciones propias de denominador 24 y mayores que 3/7 existen?

A) 13 B) 14 C) 15
D) 10 E) 12

10. Calcula el MCD de 0,75; 0,625 y 1,4.

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{36}$ C) $\frac{1}{40}$
D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{30}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Relaciona:

$\frac{8}{3} + \frac{5}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ ○	○ 9
$\frac{15}{7} \div \frac{5}{21}$ ○	○ 7
$\frac{26}{4} \times \frac{5}{13} \times \frac{14}{5}$ ○	○ 4

12. Completa en los recuadros vacíos:

a. $\frac{7}{5} = \frac{14}{\square} = \frac{\square}{15} = \frac{28}{\square}$

b. $\frac{3}{11} = \frac{\square}{22} = \frac{9}{\square} = \frac{12}{\square}$

c. $0,1\widehat{6} = \frac{16-1}{\square\,\square} = \frac{\square}{\square}$

d. $0,\widehat{14}_{(7)} = \frac{1\square_{(7)}}{\square 6_{(7)}} = \frac{\square}{\square}$

e. $0,13_{(5)} = \frac{\square 3_{(5)}}{100\square} = \frac{\square}{\square}$

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. Si $\frac{a}{b} < 1 \wedge a.c > b.d$ Entonces $f = \frac{c}{d}$ es propia ( )

II. Si MCD(b; d) $\neq 1$, entonces $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$ es reductible. ( )

III. $\text{MCM}\left(\frac{7}{2014}; \frac{2}{2015}; \frac{5}{2016}\right) = 70$ ( )

14. Demuestra:

Si $\frac{a}{b} > 1 \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m}$; $m \in \mathbb{Z}^+$

Resolución de problemas

15. Si las longitudes de 4 varillas son respectivamente $7\frac{5}{32}$; $7\frac{23}{128}$; $7\frac{11}{64}$; $7\frac{45}{256}$ centímetros. ¿Cuántos centímetros se debe recortar a la varilla más larga para que quede con la misma longitud que la varilla más corta?

A) 11/256 B) 6/256 C) 3/128
D) 1/128 E) 5/128

16. Una piscina tiene cierta cantidad de agua, la cual empieza a incrementarse del siguiente modo: la primera hora subió 1/3 de su nivel, la segunda hora aumenta en 1/4 y la tercera hora se incrementó en 1/2. Si aún falta 1/6 de lo que había al principio para llenarse, calcula la capacidad de la piscina (en litros) sabiendo que en las 3 horas ingresaron 378 litros de agua en total.

A) 584 L B) 496 L C) 512 L
D) 594 L E) 672 L

17. Si se sabe que:

$$\frac{1}{9}\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)...\left(1+\frac{1}{40}\right) = a,b\widehat{c}$$

Halla el número decimal que es generado por: $\frac{a}{b+c}$

A) $2,\widehat{3}$ B) $0,\widehat{2}$ C) $1,\widehat{3}$
D) $0,\widehat{3}$ E) 0,4

18. Si $\frac{177}{243} = 0,\widehat{ab...cd}$

Halla: a + b + c + d

A) 12 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

19. Si $\frac{\overline{mn}}{\overline{mp}} = 0,\widehat{amp}$, halla: a + m + n + p

A) 17 B) 19 C) 21
D) 23 E) 25

20. Si: $\frac{a}{\overline{ab}} = 0,\widehat{mn(2a)}$

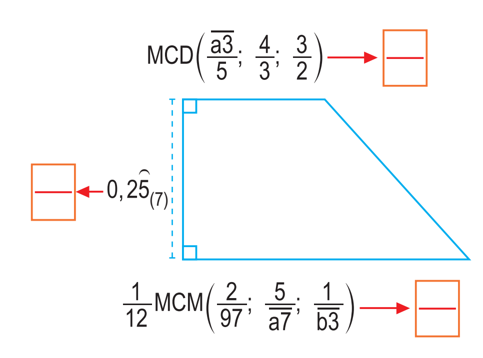
Halla: a + b + m + n; si sabe que $\frac{a}{\overline{ab}}$ es irreductible.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Calcula la fracción generatriz de los números que representan la base mayor, base menor y altura del trapecio.



22. Escribe la letra que corresponde al resultado y descubrirás una palabra.

- $\text{MCM}\left(\frac{2}{n}; \frac{3}{n+1}\right)$ L
- $\text{MCD}\left(\frac{\overline{b2}}{47}; \frac{5}{6}\right)$ G
- $\frac{5}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2}$ A

- $\left(\frac{2}{3} : \frac{5}{2}\right) \times \frac{5}{6}$ D
- $0,5\overset{\frown}{3}_{(7)}$ U
- $0,\overset{\frown}{53}_{(7)}$ D
- $0,53_{(7)}$ A
- $0,5\overset{\frown}{7}$ I

$\frac{26}{45}$	$\frac{1}{282}$	$\frac{11}{14}$	$\frac{38}{49}$	6	$\frac{19}{24}$	$\frac{47}{30}$	$\frac{2}{9}$

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si la fracción $f = \frac{a}{b}$ es irreductible, entonces f + 1 también es una fracción irreductible. ( )

b) Si la fracción $f = \frac{\overline{(a+b)c}_{(2n)} - \overline{(a+b)c}_{(n)}}{2(\overline{ab} + \overline{ba})}$ es propia e irreductible, entonces n puede tomar 10 valores. ( )

c) La última cifra del periodo de $E = \frac{3^{23} \times 3^{28}}{(21)^{51} \times 7^{2}}$ es 9. ( )

24. Sean $f_1 = \frac{a_1}{b_1}$ y $f_2 = \frac{a_2}{b_2}$, dos fracciones irreductibles.

Demuestra que si $\frac{f_1}{f_2} \in \mathbb{Z}^+$, entonces: $a_1 = \overset{\circ}{a_2}$ y $b_2 = \overset{\circ}{b_1}$

Resolución de problemas

25. ¿Cuántas fracciones impropias de la forma $28/\overline{xy}$ existen tal que $\overline{xy}$ no es múltiplo de 3?

A) 14 B) 10 C) 13
D) 12 E) 11

26. Si se sabe que: $0,\overset{\frown}{abcd} = \frac{\overline{dcba}}{1111}$

Halla: a + b + c – d

A) 16 B) 15 C) 14
D) 13 E) 12

27. Si a, b, c y k son números naturales tales que:

$\frac{8}{a \times b}; \frac{15}{a \times c}; \frac{10}{b \times c}$ son equivalentes a $\left[\frac{1}{k}\right]$.

Señala la suma de los menores valores de a; b; c y k.

A) 35 B) 37 C) 45
D) 51 E) 47

28. Si $\frac{23}{n-7} \in \left\{\frac{1}{k} / k \in \mathbb{Z}^+ \wedge k < 10\right\}$

Halla la suma de los valores de n que forman parte de la serie: 9; 13; 17; 21; 25; ...

A) 53 B) 94 C) 145
D) 198 E) 254

29. Si: $0,\overline{ab}_{(4)} = 0,\overline{bac}_{(6)}$

Calcula: a + c – b

A) 2 B) 3 C) 5
D) –1 E) 4

30. Si $a\frac{b}{c} = \frac{1}{3} + \frac{13}{15} + \frac{33}{35} + \frac{61}{63} + ... + \frac{397}{399}$

Calcula: a + b + c

A) 28 B) 29 C) 26
D) 31 E) 34



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5. E
6. E
7. E
8. E
9. A
10. C
11.
12.
13.
14.

NIVEL 2
15. C
16. E
17. B
18. D
19. B
20. D

NIVEL 3
21.
22.
23.
24.
25. D
26. A
27. E
28. D
29. A
30. D



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: RAZONES Y PROPORCIONES

1 Si: $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ y $a + b = 200$, halla el valor de a.

A) 25 B) 50 C) 75
D) 100 E) 125

2 La suma de los términos de una proporción aritmética continua es 100; si el producto de los 4 términos es 375 000, hallar la diferencia de los extremos de la proporción.

A) 9 B) 8 C) 7
D) 10 E) 11

3 Se tienen 3 números que son proporcionales a 3; 5 y 9. Si el tercer número excede al primero en 42, halla la suma de dichos números.

A) 21 B) 35 C) 63
D) 119 E) 89

4 Las edades de Juana y Rosa son proporcionales a 7 y 2, hace 4 años Juana tenía 15 años más que Rosa. ¿Cuál es la edad de Juana?

A) 12 años B) 21 años C) 35 años
D) 18 años E) 24 años

5 Si: $\frac{A}{B} = \frac{2}{3}$ y $\frac{B}{C} = \frac{9}{14}$.
Además: $A + C = 240$, halla el valor de B.

A) 100 B) 108 C) 120
D) 130 E) 140

6 De la serie: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ y además: $b + d + e + g = 67$
$a + c + f + h = 43$
$a + c + e + g = 88$

Calcula: $a + b + c + d$.

A) 40 B) 34 C) 36 D) 35 E) 38

7 En una fiesta se retiran 16 mujeres, quedando una mujer por cada tres hombres. Luego se retiran 120 hombres quedando la misma cantidad de hombres que de mujeres. Halla la cantidad inicial de personas.

A) 240 B) 260 C) 280 D) 256 E) 270

8 Si:
$\frac{A+2B}{B}=\frac{B+3C}{C}=\frac{C+4D}{D}=10$. Halla C, si A = 672.

A) 48 B) 24 C) 36 D) 72 E) 12

9 En una proporción geométrica continua de valor entero, la diferencia de los cuadrados de los antecedentes es 960. Halla los consecuentes.

A) 2 y 8 B) 3 y 6 C) 4 y 8 D) 4 y 10 E) 6 y 8

10 Se tiene $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{c}$. Si $a+e=54$, $b+c=36$ y $b+d+e=50$. Calcula el valor de $\sqrt{abcd}$.

A) 288 B) 124 C) 248 D) 324 E) 144

11 Si $\frac{a}{m}=\frac{b}{n}=\frac{c}{p}=k$; $abc=1536$ y $bmp+anp+cmn=7200$. Calcula k.

A) 0,6 B) 0,7 C) 0,8 D) 0,4 E) 0,5

12 En la serie: $\frac{a_1}{2}=\frac{a_2}{5}=\frac{a_3}{10}=\frac{a_4}{17}=...=k$.

Se sabe además: $a_4^2-a_3^2=756$

Halla: $a_{n+1}\,.\,a_n\,.\,a_{(n-1)}=74\,530$

A) 724 B) 514 C) 802 D) 650 E) 472

13 Si m es la media proporcional de 9 y 4; n es la cuarta proporcional de 8, m y 12; halla: m + n.

A) 12 B) 18 C) 15 D) 24 E) 20

14 Sabiendo que $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}=\frac{\overline{ba}}{\overline{dc}}=\frac{1}{4}$; $a\neq b$. Halla: $a+b+c+d$.

A) 17 B) 14 C) 15 D) 13 E) 16

Claves

1. E	3. D	5. B	7. D	9. A	11. C	13. C
2. D	4. B	6. D	8. E	10. A	12. D	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa la siguiente tabla:

Razón	$\frac{7}{5}$		$\frac{11}{13}$		$\frac{15}{17}$
Antecedente		4		1,2	
Consecuente		12		0,3	

2. Completa los recuadros vacíos de las siguientes proporciones continuas:

a) $\square - 8 = \square - 3$

b) $\frac{\square}{15} = \frac{\square}{75}$

c) $15 - \square = 11 - \square$

d) $\frac{7}{\square} = \frac{\square}{63}$

3. Encuentra las siguientes palabras en la sopa de letras:

- Razón
- Proporción
- Extremos
- Medios
- Antecedente
- Consecuente
- Continua
- Discreta

A	C	O	N	S	E	C	U	E	N	T	E	U	C	V
E	O	B	R	E	A	C	A	L	L	A	O	P	A	N
D	B	I	X	M	D	I	S	C	R	E	T	A	P	E
C	E	A	E	P	U	G	C	O	Y	P	P	U	R	O
M	C	R	X	A	P	A	E	N	E	I	E	N	O	F
A	A	E	T	R	C	T	C	T	N	E	R	M	P	I
R	S	N	R	E	P	O	A	I	M	D	R	S	O	A
A	N	T	E	C	E	D	E	N	T	E	O	M	R	R
Z	T	R	M	U	A	M	O	U	S	I	D	A	C	I
O	R	I	O	N	V	A	S	A	F	N	S	I	I	T
N	I	O	S	I	E	R	I	A	R	T	Z	L	O	M
E	A	S	I	O	G	E	O	M	E	T	R	A	N	S

Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$ y $b - a = 3$, entonces $a \times b = 100$. ... ( )

b) La media diferencial de $2,\widehat{7}$ y $1,\widehat{2}$ es 1,95. ... ( )

c) Si $\frac{a}{b} = 3$ y la media diferencial de a y b es 8, entonces $a^2 \times b = 576$. ... ( )

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si $\frac{b}{\sqrt{a} + b} = \frac{1}{2}$, la media geométrica de a y b es b. ☐

b) Si MCD (p; q) = 1; $\frac{p}{3} = \frac{q}{8}$ y $a^p = q$; entonces a = 2. ☐

c) La media diferencial de 3 y $0,\widehat{5}$ es $1,\widehat{7}$. ☐

Resolución de problemas

6. Halla la media proporcional de 9 y 36.

A) 12 B) 18 C) 30
D) 20 E) 24

7. Si $A = \frac{C}{3} = \frac{B}{2} = k$ y $A + B = 12$ halla C.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

8. Si a los números 12; 27; 51; 81 se les añade a todos una misma cantidad, formarían una proporción geométrica. Halla la razón de esta proporción.

A) 11/12 B) 6/11 C) 2/3
D) 13/18 E) 3/5

9. El perímetro de un rectángulo es de un metro. Si el largo y el ancho se encuentran en la relación de 7 a 3, ¿cuánto mide el largo?

A) 35 cm B) 40 cm C) 28 cm
D) 21 cm E) 38 cm

10. En una proporción geométrica continua cuya razón es un número primo, la suma de los 4 términos es 72. Halla el producto mínimo de los términos si todos son enteros.

A) 1200 B) 2145 C) 2345
D) 10 000 E) 65 536

NIVEL 2

Comunicación matemática

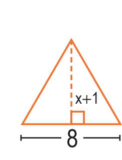
11. Determina la razón geométrica entre x e y.

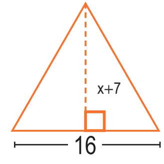
x: cantidad n.° primos.
y: suma de la cantidad de números $\overset{\circ}{3}$ y $\overset{\circ}{11}$.

L	M	M	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

A) $\frac{11}{12}$ B) $\frac{11}{13}$ C) $\frac{7}{19}$ D) $\frac{9}{17}$ E) $\frac{6}{23}$

12. Las dimensiones de los dos triángulos están en proporción geométrica. Calcula el área del triángulo pequeño.





A) 18 B) 24 C) 2
D) 21 E) 32

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si $\dfrac{\overline{ab}_{(5)}}{\overline{ba}_{(5)}} = \dfrac{7}{11}$ y $a > 1 \Rightarrow b = 2$ ... ( )

b) La cuarta diferencial de $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{6}$. ... ( )

c) La media proporcional de n y n^3 es n^2. ... ( )

14. De las siguientes proposiciones:

I. Si $\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2} \wedge a + b + c = 27$, entonces $a - c = 8$.

II. Si $\frac{a+b}{11} = \frac{a-b}{7} = \frac{ab}{72}$, entonces $a > 35$.

III. Si $\frac{U}{5} = \frac{N}{3} = \frac{I}{7} \wedge \sqrt{U^2 - N^2} = 20$, entonces $I = \overset{\circ}{5}$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) Solo II E) Todas

Resolución de problemas

15. La edad de Carla es a la edad de Miluska como 2 es a 3 y la edad de Miluska es a la edad de Cristina como 7 es a 5. Si la diferencia de edades de Cristina y Carla es de 2 años, halla la edad de Carla.

A) 28 años B) 14 años C) 18 años
D) 32 años E) 38 años

16. En una reunión social se observa que las mujeres que no bailan son a los varones que bailan como 3 es a 7; además, de cada 29 varones, uno no baila. Calcula la mínima cantidad de personas si es mayor que 100.

A) 112 B) 145 C) 138
D) 170 E) 142

17. Las edades de José y Manuel están en la relación de 2 a 3, hace 2m años la razón era de 2 a 5 y dentro de m años sus edades sumarán 76. ¿Cuántos años tiene José?

A) 18 B) 24 C) 36
D) 20 E) 8

18. Sabiendo que:

A: media proporcional de 40 y 10.
B: tercera proporcional de 8 y 12.
C: cuarta diferencial de 72; 60 y 42.
y $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. Halla D.

A) 32 B) 28 C) 25
D) 30 E) 27

19. La suma, la diferencia y el producto de dos números están en la misma relación que los números 5; 3 y 16. Halla la suma de cifras del mayor de los números.

A) 6 B) 7 C) 5
D) 4 E) 3

20. Sabiendo que b es la media proporcional de a y c; $a + b + c = 93$ y que $\dfrac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \dfrac{1}{25}$. Halla: $a \times b$.

A) 12 B) 45 C) 30
D) 60 E) 28

NIVEL 3

Comunicación matemática

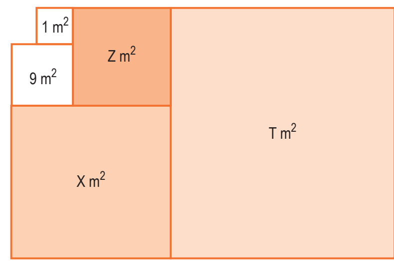
21. Completa las letras en el recuadro correspondiente según el resultado, teniendo en cuenta la siguiente proporción:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

a) Producto de términos medios: O
b) Suma de consecuentes: T
c) Suma de términos extremos: P
d) El doble del 1.er antecedente: R
e) Suma de antecedentes: S
f) Cuarta proporcional: E
g) Suma de términos medios: E

6	8	9	11	10	12	24

22. Dadas las regiones cuadradas, calcula la cuarta diferencial de X, Z y T.



A) 56 B) 33 C) 154
D) 88 E) 186

Razonamiento y demostración

23. Si $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = ... = \frac{a_n}{b_n} = k$.

Demuestra:

a) $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n} = k$

b) $\frac{a_1 a_2 a_3 ... a_n}{b_1 b_2 b_3 ... b_n} = k^n$

24. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Demuestra:

a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

b) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

Resolución de problemas

25. Si $\frac{\sqrt{a^2+120}}{20} = \frac{\sqrt{b^2+270}}{30} = \frac{\sqrt{c^2+480}}{40}$

Donde $a + b + c = 36$
Halla: $a \times b \times c$.

A) 1468 B) 1524 C) 1496
D) 1536 E) 1616

26. Se tienen 2 recipientes que contienen alcohol y agua; en el primero en la relación de 2 a 3 y en el segundo en la relación de 1 a 5; de ambos recipientes se extraen cantidades iguales que al mezclarlas dan un total de 51 litros de alcohol. Si del primero se retiró la mitad y del segundo la tercera parte, calcula el volumen total de agua al inicio.

A) 120 L B) 333 L C) 117 L
D) 435 L E) 264 L

27. En una proporción, la suma de extremos y la suma de medios están en la relación de 4 a 5; si permutamos las razones se genera una proporción continua. Calcula el mayor de los términos si la suma total es mínima y de tres cifras.

A) 40 B) 48 C) 60
D) 54 E) 66

28. Si

$$\frac{\frac{m}{(a-b)^2} + \frac{n}{(a+c)^2}}{p} = \frac{\frac{n}{(b+c)^2} - \frac{p}{(a-b)^2}}{m} = \frac{\frac{p}{(a+c)^2} + \frac{m}{(b+c)^2}}{n}$$

Entonces, $p^2 + m^2$ es igual a:

A) n^2 B) n C) a^2
D) $a^2 + b^2$ E) $b^2 + c^2$

29. Si $a - b = c - d$, la suma de dichos términos es igual a 7 veces la cuarta diferencial. Además:

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d+2}{b-d}$$

Calcula b, si $2 < b < a < 7$.

A) 10 B) 2 C) 4
D) 8 E) 6

30. Si: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$; $\frac{A+x}{B+x} = \frac{a+x}{b+x} = 5$

y $\frac{B+m}{C+m} = \frac{b+m}{c+m} = 3$

Calcula C sabiendo que $A + B = 54$.

A) 15 B) 9 C) 6
D) 3 E) 12

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5.
6. B
7. C
8. D
9. A
10. D

NIVEL 2
11. A
12. B
13.
14. C
15. A
16. C
17. B
18. E
19. B
20. B

NIVEL 3
21.
22. D
23.
24.
25. D
26. B
27. B
28. A
29. C
30. D

MARATÓN Matemática

Halla el residuo de dividir A entre $\overline{1x(x+2)}$ si:

$A = \overline{(y-2)y(z+1)}^{356} + \overline{(y-2)y(z+1)}^{534} + \overline{(y-2)y(z+1)}^{712} + ... + \overline{(y-2)y(z+1)}^{3204}$

donde $2\phi(z+1) - 1 \neq z$ y $\phi(x+2) \neq x+1$; además:

$\frac{y}{y+2} + \frac{289}{x} = 2n! - m!$

para y e y + 2 PESÍ.

Resolución:

Del numeral $\overline{1x(x+2)}$, se tiene que: $x < 8$

Del numeral $\overline{(y-2)y(x+1)}$, se tiene que: $y > 2$

Del enunciado, y e y + 2 son PESÍ, entonces:

$\frac{y}{y+2}: \frac{3}{5}; \frac{5}{7}; \frac{7}{9}; \frac{9}{11}$ (fracción irreductible)

También; si x = 1: $\phi(1+2) = 1+1$, entonces: $x \neq 1$

Luego, el término $\frac{289}{x} = \frac{17^2}{x}$, es una fracción irreductible.

En la expresión: $\frac{y}{y+2} + \frac{289}{x} = 2n! - m! \in \mathbb{Z}$

Se cumple: $y + 2 = x$, luego:

$\frac{y}{y+2} + \frac{289}{y+2} = 1 + \frac{287}{y+2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 287 = \overset{\circ}{y+2} \begin{cases} \overset{\circ}{7} \\ \overset{\circ}{41} \\ \overset{\circ}{287} \end{cases}$

$\Rightarrow y + 2 = 7$

$y = 5$

Piden hallar el residuo de dividir A entre 179:

$A = \overline{35(z+1)}^{356} + \overline{35(z+1)}^{532} + \overline{35(z+1)}^{712} + ... + \overline{35(z+1)}^{3204}$

Sabemos que 179 es un número primo, además: $358 = \overset{\circ}{179}$

Del enunciado, si $z + 1 = 8$, entonces: $2\phi(8) - 1 = 7$

Luego: $z + 1 \neq 8$

Por lo tanto, $\overline{35(z+1)}$ y 179 son PESÍ, además: $\phi(179) = 178$

Entonces: $\overline{35(z+1)}^{\phi(179)} = \overline{35(z+1)}^{178} = \overset{\circ}{179} + 1$

Finalmente:

$A = (\overset{\circ}{179} + 1)^2 + (\overset{\circ}{179} + 1)^3 + ... + (\overset{\circ}{179} + 1)^{13}$

$A = \overset{\circ}{179} + 12$

Por lo tanto, el residuo es 12.

1. La cantidad de números de 3 cifras divisibles por 14 y cuya cifra central es igual a la suma de las cifras de los extremos es:

A) 3 B) 5 C) 1 D) 4 E) 2

2. Tres aulas tienen la misma cantidad de alumnos. Se reúnen a todos los alumnos de dichas aulas y se forman grupos de 7 y sobran 2. ¿Cuántos alumnos sobrarán en cada aula si en cada una de ellas se formarán grupos de 7?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Al convertir $17^{36^{251}} \times 13^{13^{13}}$ a base 6 termina en:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Si $A = 10 \times 20 \times 30 \times ... \times 100$ tiene n divisores, ¿cuántos divisores tiene B, si: $B = 5 \times 10 \times 15 \times ... \times 50$?

A) $\frac{7n}{18}$ B) $\frac{7n}{19}$ C) $\frac{9n}{19}$ D) $\frac{4n}{9}$ E) $\frac{3n}{19}$

5. Si 16^n tiene p divisores, ¿cuántos divisores tendría 256^n?

A) 4p + 1 B) 4p – 1 C) 2p – 1
D) 2p + 1 E) 8p

6. Un alumno, al calcular el número de divisores de N, encontró erróneamente 49, porque consideró a 4 y 9, como números primos. ¿Cuál es el verdadero número de divisores de N?

A) 81 B) 100 C) 121 D) 144 E) 169

7. Sea MCD(14A; 21B) = 560
MCM(18A; 27B) = 2160

Calcula el MCD(A × B; 140) y da como respuesta la suma de sus cifras.

A) 10 B) 5 C) 6 D) 8 E) 2

8. Si $MCD(128; \overline{abc3}) = \frac{N}{423}$, además $MCM(N; 13) = \overline{...x}$, calcula x.

A) 2 B) 5 C) 6 D) 9 E) 7

9. Si $MCD(\overline{a0}; \overline{b3(2b)}) = 18$, calcula el $MCM(\overline{ba}; \overline{b(a-1)})$. Da como respuesta la suma de sus cifras.

A) 12 B) 20 C) 11 D) 14 E) 9

10. Raúl y José alquilan un local comercial. Raúl ocupa los 3/4 del local y paga mensualmente $240. José paga quincenalmente y por ello le descuentan 1/32 de lo que debía pagar. ¿Cuánto paga José mensualmente?

A) $85,5 B) $77,5 C) $82 D) $75,5 E) $90

11. Si a una fracción irreductible al numerador se le suma 7 unidades y al denominador se le suma 5 unidades la fracción no cambia. Halla la fracción.

A) 8/5 B) 9/5 C) 3/5 D) 7/5 E) 3/4

12. Si: $\frac{\sqrt{a^2+49}}{7} = \frac{\sqrt{b^2+64}}{8} = \frac{\sqrt{c^2+144}}{12} = k$

y $c^2 + a - b = 3595$, halla la suma de cifras de a × b × c.

A) 15 B) 13 C) 12 D) 9 E) 18



Aritmética
Unidad 3

RECUERDA

Apolonio de Perga

Apolonio fue conocido como, El gran geómetra, su famoso libro introdujo los términos de parábola, elipse e hipérbola espiral.

Apolonio de Perga estudió en Alejandría y luego visitó Pérgamo en donde han sido construidas una biblioteca y una universidad semejantes a la de Alejandría.

Mientras, Apolonio, El gran geómetra, estuvo en Pérgamo escribió la primera edición de su famoso libro que consta de 8 libros. Los libros del 1 al 4 no contienen material original, pero introducen las propiedades básicas de cónicas que fueron conocidas por Euclides, Aristóteles y otros. Los libros del 5 al 7 son originales; en estos discute y muestra cómo muchas de las cónicas pueden ser dibujadas desde un punto.

Muchos de sus otros libros están perdidos, el libro número 8 está perdido, mientras que los libros del 5 al 7 solo existen en traducción arábica; sin embargo nosotros conocemos algunos de sus otros trabajos a partir de los escritos de otros personajes. Sabemos que él obtuvo una aproximación de p entre 223/71 y 22/7 conocido por Arquímedes.

Apolonio, considera un solo cono y hace variar la oblicuidad del plano que lo corta. De esta manera obtuvo como curva fundamental la parábola, y también caracteriza a la hipérbola.

Él demostró que los rayos de luz paralelos no caen en el foco en un espejo esférico (como ha sido previamente pensado) y discutió las propiedades focales de un espejo parabólico.

Él fue también un importante fundador de la astronomía matemática griega, la cual usó modelos geométricos para explicar la teoría planetaria.

Reflexiona

- *Ser excelente es entender que, a través del privilegio diario de nuestro trabajo, podemos alcanzar la realización. Hagamos que cada hora de nuestra existencia sea una obra maestra.*

- *La única opción es aprovechar verdaderamente el presente: hoy es el día más importante de nuestra existencia, pues nadie puede asegurarnos que mañana estaremos vivos.*

- *Cuánta gente vemos lamentándose de su trabajo, encontrándole todo el tiempo los factores negativos. Cuando llega el momento de la jubilación, y ya no tienen que trabajar, viven un cruel despertar.*

¡Razona...!

Halla el número que falta.



A) 5 B) 6 C) 13
D) 9 E) 4





Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: MAGNITUDES PROPORCIONALES

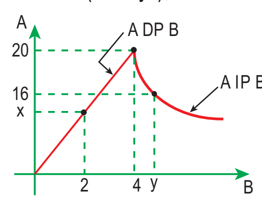
1 Se tiene que A es DP a B. Si A = 10 cuando B = 4, halla B. cuando A = 15.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

2 A varía DP con la raíz cuadrada de B e inversamente con el cubo de C. Si A = 3 cuando B = 256 y C = 2, halla B cuando A = 24 y C = 1/2.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

3 Calcula $(x^2 + y^2)$, si:



A) 115 B) 140 C) 135 D) 130 E) 125

4 Se sabe que A es DP a $\sqrt{B}$, pero IP a C^2. Si A = 3 cuando B = 16 y C = 8, halla el valor de B cuando A = 6 y C = 4.

A) 16 B) 6 C) 8 D) 4 E) 10

5 Divide 1320 en partes que sean directamente proporcionales a $\sqrt{1183}$; $\sqrt{1372}$; $\sqrt{2023}$. Da como respuesta la mayor cantidad.

A) 510 B) 450 C) 380
D) 190 E) 200

6 Se tienen 3 engranajes A, B y C. A tiene 24 dientes y está engranado con B que tiene 36 dientes que está a su vez engranado con C que tiene 45 dientes. ¿Cuántas vueltas habrá dado el engranaje B cuando la diferencia entre el número de vueltas dadas entre A y C es 168?

A) 240 B) 200 C) 220
D) 270 E) 210

7 Halla la suma repartida, si el reparto se hace en forma DP a los números 1; 4; 9; ...; 81, sabiendo que la mayor diferencia entre dos de las partes es de 400.

A) 1420 B) 1425 C) 1223 D) 1326 E) 1430

8 El precio de un diamante es directamente proporcional a su peso al cuadrado. Si un diamante que cuesta S/.720 se rompe en tres pedazos, cuyos pesos son proporcionales a 1; 2 y 3, calcula la pérdida sufrida en el diamante.

A) S/.460 B) S/.400 C) S/.320 D) S/.440 E) S/.430

9 La energía química de la batería es directamente proporcional al voltaje, a la intensidad y al tiempo. Una batería de 6 voltios establece una corriente de 5 amperios en un circuito externo durante 6 min. ¿Cuánto tiempo debe funcionar una batería de 24 voltios y de 10 amperios para establecer el doble de la energía anterior?

A) 2 min B) 1 min C) 100 s D) 90 s E) 3 min

10 Repartir 14 280 DP a los números 1; 4; 9; 16;... (n cantidades) de tal manera que la diferencia entre la mayor y menor de las partes es 2304. Hallar n.

A) 17 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20

11 Se reparte una cantidad proporcionalmente a los números 1; 2; 3 y 4 pero luego se hace proporcionalmente a 2; 3; 4 y 6, motivo por el cual una de las partes disminuye en S/.180. Halla la parte del cuarto número.

A) S/.2400 B) S/.3080 C) S/.2160
D) S/.2040 E) S/.3800

12 Al repartir cierta cantidad en 3 partes que sean DP a 3^n; 3^{n-1} y 3^{n+1} e IP a 4^{n-1}; 4^{n+1} y 4^n respectivamente, se observa que la primera parte excede a la ultima en 216. Halla la cantidad a repartir.

A) 1500 B) 2000 C) 2200
D) 2140 E) 1530

13 Don Christian deja una herencia de S/.76 000 para su hija Naomy, quien espera un hijo, con la condición que "si nace mujer, 2/5 será para la niña y el resto para la mujer; y si nace varón, 3/5 para él y el resto para la madre". Si Naomy dio a luz mellizos (hombre y mujer), ¿con cuánto de herencia se quedó?

A) S/.32 000 B) S/.20 000 C) S/.36 000
D) S/.48 000 E) S/.24 000

14 La magnitud A es DP a la magnitud B, y la magnitud B es DP a: $c_1 + c_2 + c_3 + ... + c_n$.
Si cuando: $c_1 = 1$, $c_2 = 3$, $c_3 = 5$; ...; $c_n = 31 \Rightarrow A = 1024$
Halla A cuando: $c_1 = 2$; $c_2 = 4$; $c_3 = 6$; ...; $c_n = 32$

A) 2 B) 1088 C) 272
D) 455 E) 554

Claves

1. B	3. E	5. A	7. B	9. D	11. C	13. E
2. B	4. D	6. A	8. D	10. A	12. E	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

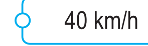
1. Une con una línea según corresponda:

Magnitud	Cantidad
Temperatura	3 h
Peso	40 km/h
Rapidez	4 m^3
Tiempo	28 cm
Longitud	36 °C
Volumen	8 kg









2. Completa los recuadros siguientes:

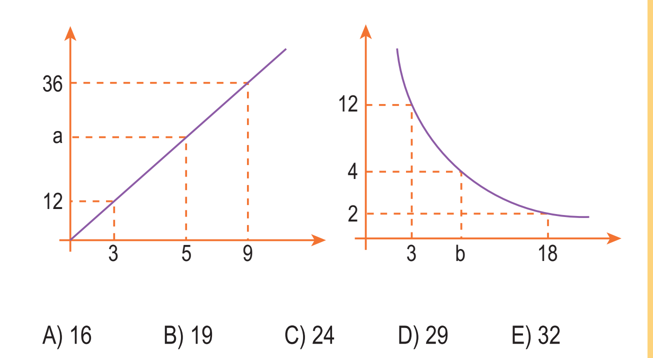
a)

n.° obreros	2		4	5	
n.° días		20	15		10

b)

n.° obreros		4	6	10	
obra (m^2)	5		15		40

3. Del gráfico, calcula: a + b



A) 16 B) 19 C) 24 D) 29 E) 32

Razonamiento y demostración

4. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. A DP B $\Longleftrightarrow$ A DP $\sqrt{B}$ ... ( )

II. A DP B $\Longleftrightarrow$ A IP 1/B ... ( )

III. A DP B $\Longleftrightarrow$ A^{2014} DP B^{2014} ... ( )

IV. A IP B $\Longleftrightarrow$ B IP A ... ( )

A) FVVV B) VFVV C) FFFV
D) FFVF E) VVVV

5. Dado: A DP B^2

I. Si B se triplica, A se duplica.

II. Si A disminuye a su cuarta parte, B se duplica.

III. Si B se duplica, A se cuadruplica.

¿Cuáles son verdaderas?

A) I y II B) III C) Solo II
D) Solo III E) I , II y III

Resolución de problemas

6. A es DP a B^2. Cuando A es 16, B = 2. Calcula A cuando B = 8.

A) 256 B) 64 C) 32
D) 8 E) 512

7. P varía IP a T, además, cuando P = 125, entonces T = 48. Halla T cuando P = 300.

A) 25 B) 20 C) 30
D) 40 E) 45

8. Si se cumple que f(12) = 18, calcula:

$$M = \frac{f(7) + f(12)}{f(10)}$$

Sabiendo que f(x) es una función de proporcionalidad directa.

A) 1,8 B) 1,9 C) 2
D) 2,1 E) 2,5

9. Reparte 700 en partes DP a 10, 11 y 14; halla la menor cantidad repartida.

A) 100 B) 200 C) 300
D) 150 E)250

10. Reparte 470 en partes IP a 3, 4 y 5; hallar la menor parte.

A) 180 B) 120 C) 200
D) 150 E) 140

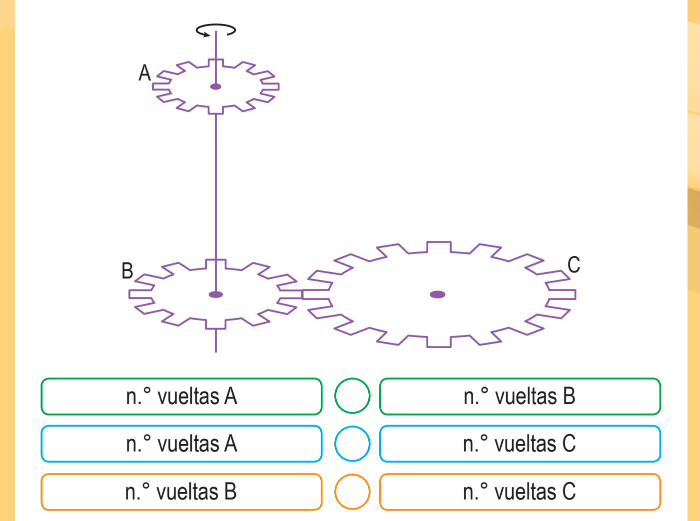
NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Coloca en los recuadros DP o IP según corresponda:

	Dificultad	n.° horas	Obra
n.° obreros			
n.° días			

12. Coloca >; < o =, según corresponda:



n.° vueltas A	◯	n.° vueltas B
n.° vueltas A	◯	n.° vueltas C
n.° vueltas B	◯	n.° vueltas C
(n.° vueltas A) (n.° dientes B)	◯	(n.° vueltas C) (n.° dientes C)

Razonamiento y demostración

13. De las proposiciones:

I. Si A DP B, entonces (A – B) DP B.

II. Si A IP B^2, B^3 IP C^2, entonces A^3 IP C^4.

III. A DP B, B IP C, C DP 1/D entonces A DP D.

¿Cuáles son verdaderas?

A) Solo I B) I y II C) I y III
D) Solo III E) I, II y III

14. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si A DP B y B DP C, entonces A DP C. ... ( )

II. Si (A – B) DP C y D DP C entonces: (A – B) IP $\frac{1}{(D-C)}$ ... ( )

III. Si A IP B y B IP C, entonces A DP C. ... ( )

A) VVF B) VFV C) FVV
D) FFV E) VVV

Resolución de problemas

15. La demanda de un producto es DP al precio de dicho producto, IP al ingreso anual que se tenga y DP a la utilidad de ese producto. Cuando el precio de ese producto es 200, su utilidad como 5 y el ingreso anual es S/.120 000, se demanda 30 productos. ¿Qué ingreso anual se debe tener para demandar 45 productos más, si la utilidad permanece constante y el precio aumenta en 1/20?

A) S/.69 000 B) S/.23 400 C) S/.72 500
D) S/.50 400 E) S/.60 500

16. Reparte 2500 en forma DP a los números 2^{20}, 2^{23} y 2^{24} e indica la parte mayor.

A) 800 B) 1600 C) 100
D) 1800 E) 2000

17. 72 soldados empiezan a cavar una trinchera pensando terminar en 10 días y al cabo de 2 días se les notifica de un ataque dentro de 5 días por lo que aumentan sus horas diarias de trabajo de 10 a 12 y su esfuerzo en 25% más, pidiendo un contingente de refuerzo para culminar un día antes del ataque. Halla con cuántos soldados se reforzaron.

A) 4 B) 7 C) 8 D) 6 E) 3

18. Se desea repartir una gratificación de S/.1290 entre 3 trabajadores A, B y C en forma DP a los años de servicio, DP al rendimiento e IP a sus minutos de tardanza. De acuerdo al cuadro siguiente, ¿cuánto le corresponde al que recibe la parte mayor de la gratificación?

	Años	Rendimiento	Tardanza
A	15	80	40 h
B	12	90	30 h
C	10	70	35 h

A) S/.640 B) S/.720 C) S/.620
D) S/.680 E) S/.540

19. Un tendero hurta en el peso empleando una balanza de brazos desiguales que miden 22 cm y 20 cm.
Una mujer compra 4,4 kg de azúcar y el tendero pone las pesas sobre el platillo correspondiente al brazo menor de la balanza.
La mujer compra otros 4,4 kg del mismo artículo y obliga al comerciante a poner las pesas en el otro platillo. En los 8,8 kg, ¿cuánto dio de más o de menos el tendero?

A) 30 g menos B) 40 g menos C) 40 g más
D) 30 g más E) No dio más ni menos

20. Dos pastores que llevan 5 y 3 panes respectivamente, se encuentran con un cazador hambriento y comparten con este los 8 panes en partes iguales. Si el cazador pagó S/.16 por su parte, ¿cuánto le corresponde a cada uno de los pastores?

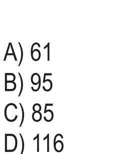
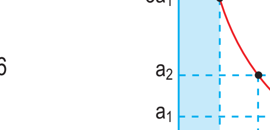
A) S/.10 y 6 B) S/.12 y 4 C) S/.14 y 2
D) S/.11 y 5 E) S/.5 y 3

NIVEL 3

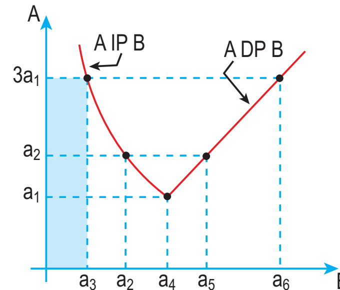
Comunicación matemática

21. Sean A y B dos magnitudes donde $a_i \in \mathbb{Z}^+$, $\forall\, i \in \{1; 2; ...; 6\}$. Además, el área de la región sombreada es 36.

Calcula: $\sum_{k=1}^{6} a_k$

A) 61
B) 95
C) 85
D) 116
E) 82



22. Calcula $x^2 + y^2$ si los valores de las magnitudes U, S y M se relacionan de la siguiente manera:

U	10	30	15	270	60	15	72
S	18	6	x	6	12	12	y
M	10	10	15	30	20	10	x + 13

A) 875 B) 2129 C) 1700
D) 2329 E) 2725

Razonamiento y demostración

23. De las siguientes proposiciones:

I. El área de un triángulo equilátero es DP a la longitud de su lado.
II. En un MRU el tiempo es DP a la velocidad.
III. Si A^3 DP B; B^2 IP 1/C; C DP D^6, entonces A DP D.

Señala cuáles son verdaderas.

A) I B) I y II C) Solo II
D) Solo III E) I y III

24. Sean:
f: función de proporcionalidad directa
g: función de proporcionalidad inversa

I. Si $g(2) + g(3) = \overline{abc} = \overline{mnp}_{(5)} = q^2$, entonces:
$$\frac{g(20)g(30)}{g(60)} = 12$$
II. Si $f(3) + f(7) = 20$, entonces: $f\left(\frac{21}{5}\right)f(5)f(7) = 1176$

III. Si $f(100) = 1200$; $g(2) = 15$;
$f(a^2) = 2700$ y $g(\sqrt[3]{b}) = 6$, entonces: $b - a = 100$

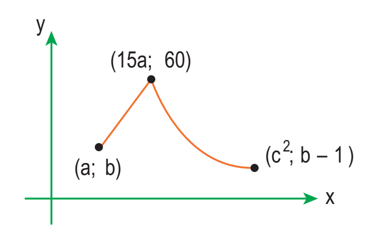
¿Cuáles son verdaderas?

A) Todas B) Solo II C) I y II
D) Solo I E) Solo III

Resolución de problemas

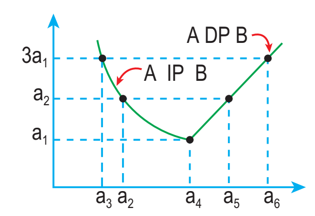
25. La relación entre las magnitudes x e y se muestran en la figura, donde se puede observar que en [a; 15a] x es DP a y, pero en [15a; c^2] x es IP a y. Además, sea $\overleftrightarrow{L_1}$ la recta cuya ecuación es x = a, $\overleftrightarrow{L_2}$ es la recta cuya ecuación es y = b; entonces se cumple que el área de la región limitada por $\overleftrightarrow{L_1}$, $\overleftrightarrow{L_2}$ y los ejes x; y es igual a 12.

Calcula: $\frac{c}{a} + \frac{b}{b-a}$



A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

26. Sean A y B magnitudes donde $a_i \in \mathbb{Z}^+$. Calcula el mínimo valor de $\sum_{i=1}^{6} a_i$, si:



A) 17 B) 18 C) 70 D) 85 E) 80

27. Si E, V e Y son magnitudes que guardan cierta relación de proporcionalidad, calcula: M + N

E	3	12	1	21	9
V	5	20	5	M	45
Y	2	2	18	50	N

A) 26 B) 42 C) 120 D) 175 E) 193

28. Dos pastores que llevan 5 y 3 panes respectivamente, se encuentran con un cazador hambriento y comparten con este los 8 panes en partes iguales. Si el cazador pagó S/.8440 por su parte, ¿cuánto recibe el pastor que tenía 5 panes?

A) S/.7385 B) S/.7220 C) S/.5480
D) S/.5275 E) S/.3165

29. Si: A DP B^2 cuando $B \leq 9$

A IP $\sqrt{B}$ cuando $9 \leq B \leq 16$

$4\log A + 5\log B =$ cte. cuando $B \geq 16$

Además, cuando A = 16, B = 2 y cuando $A = \overline{mn}$, $B = \overline{pq}$, donde $\overline{pq} = r^2$ y q es mínimo. Calcula: $m^2 + n^3$.

A) 15 B) 17 C) 29 D) 24 E) 9

30. Un grupo de personas formó una empresa aportando cantidades proporcionales a los números: 1; 4; 18; 96; 600; ... y cuyos tiempos de permanencia son proporcionales a: 3; 8; 30; 144; 840; ...; respectivamente. Si pasado un tiempo lograron repartirse una ganancia de: S/. $\overline{NILB(I-3)ZA(N-1)MP} = q(q+1)(q+2)$ y la constante de reparto es 720, calcula la cantidad de socios.

A) 8 B) 6 C) 5 D) 7 E) 9

Claves

NIVEL 1				
1.	7. B	12.	19. C	24. C
2.	8. B	13. C	20. C	25. D
3. D	9. B	14. E	NIVEL 3	26. D
4. A	10. B	15. D	21. C	27. E
5. D	NIVEL 2	16. B	22. D	28. A
6. A	11.	17. D	23. D	29. B
		18. E		30. C

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: REGLA DE TRES

1 Dieciocho caballos tienen ración para 15 días. Si se aumentan 9 caballos más, ¿para cuántos días alcanzará la ración anterior?

A) 6 B) 9 C) 12
D) 10 E) 11

2 Si x pintores pueden pintar un círculo de 5 m de radio. Si (x + 48) pintores pintan un círculo de 7 m de radio. Halla x.

A) 45 B) 48 C) 60 D) 50 E) 55

3 Una cuadrilla de 12 obreros puede llenar un techo en 8 h. ¿Qué tiempo tardarían 15 obreros, en llenar el mismo techo?

A) 1 hora B) 3 horas C) 6,4 horas
D) 7 horas E) 7,2 horas

4 Una vaca atada a un árbol con una cuerda de 2 m de largo puede comerse toda la hierba que se encuentra a su alcance en 3 horas. ¿Qué tiempo tardaría si la cuerda fuera de 4 m de largo?

A) 6 h B) 12 h C) 18 h
D) 24 h E) 3 h

5 Por pintar una esfera de 20 cm de radio se gastó S/.64 000. ¿Cuánto se gastará para pintar una esfera de 25 cm de radio?

A) S/.80 000 B) S/.90 000
C) S/.100 000 D) S/.84 000
E) S/.120 000

6 Yisela pintó las caras de un cubo en 40 minutos. Si ahora está pintando otro cuyo lado en cada cara es el triple del anterior, ¿a qué hora terminará si empezó a las 9:40 a. m.?

A) 3:20 p. m. B) 12:40 p. m. C) 11:00 p. m.
D) 2:40 p. m. E) 3:40 p. m.

7 En 12 días, 8 obreros han hecho las 2/3 partes de una obra. Si se retiran 6 obreros, ¿cuántos días demorarán los obreros restantes para terminar la obra?

A) 6 B) 12 C) 24
D) 48 E) 54

8 Un grupo de 33 obreros ha hecho en 12 días de 6 h/d, **A** metros de una carretera, otro grupo de 40 obreros, 50% más eficientes que los anteriores, han hecho **B** metros de la misma carretera en 11 días trabajando 10 h/d. Calcula A/B.

A) 4/5 B) 3/4 C) 7/9 D) 9/25 E) 5/8

9 Si 8 albañiles levantan una pared de 48 m de largo por 2 m de altura en 8 días. ¿Cuántos días necesitarán 10 albañiles para hacer una pared de 40 m de largo por 1,5 m de altura, siendo la eficiencia del segundo grupo al primero como 4 es a 3?

A) 6 B) 4 C) 5 D) 3 E) 10

10 Si 8 litros de agua contiene 250 g de sal, ¿qué cantidad de agua le debemos agregar para que en cada litro exista 20 g de sal?

A) 5 L B) 7 L C) 4 L D) 3 L E) 4,5 L

11 Si 24 obreros pueden fabricar 100 ternos en 47 días, 5 días después de iniciado el trabajo 6 de ellos están enfermos; reduciendo su eficiencia a la mitad, de este modo, ¿cuántos días después del plazo se termina el trabajo?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

12 Se construye una obra con 4 máquinas que trabajan 10 h/d debiendo culminarla en 30 días, al final del 6.° día una de ellas se malogra durante x días. Calcula x, si desde el 7.° día las otras 3 máquinas trabajan 12 h/d y cuando se repara la malograda esta solo puede trabajar 8 h/d, sabiendo que se termina la obra en el plazo estipulado.

A) 8 B) 12 C) 14 D) 7 E) 9

13 Una cuadrilla de 15 obreros pueden hacer una obra en 25 jornadas de 8 h/d, pasadas 5 jornadas se les pidió que la terminarán 5 días antes de lo proyectado, por lo cual se tuvo que aumentar el número de h/d de trabajo y contratar más obreros. Calcula el menor número de obreros que se debe contratar.

A) 5 B) 2 C) 1 D) 4 E) 3

14 Una obra fue realizada por 4 hombres, 2 mujeres y 1 niño, trabajando 4; 6 y 9 h/d, respectivamente, durante 22 días. ¿Cuántos días se hubieran tardado si trabajaban 3; 4 y 2 h/d, respectivamente en una obra 2 veces más dificultosa que la primera? Si se sabe que un hombre es el doble de eficiente que una mujer y está el doble de un niño.

A) 67 B) 85 C) 87 D) 59 E) 97

Claves

1. D 2. D 3. C 4. B 5. C 6. E 7. C 8. D 9. D 10. E 11. D 12. B 13. C 14. E

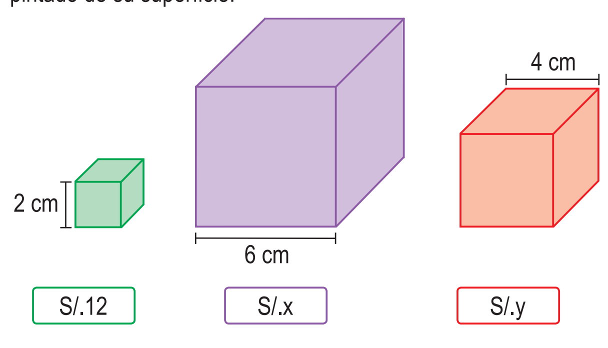
Practiquemos



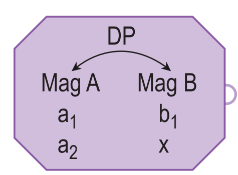
NIVEL 1

Comunicación matemática

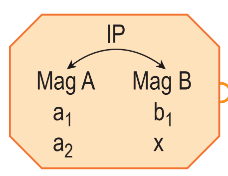
1. Calcula x + y, si en los recuadros va el costo que corresponde al pintado de su superficie:



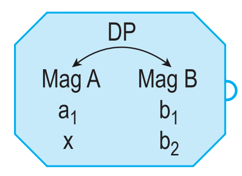
2. Relaciona según corresponda:



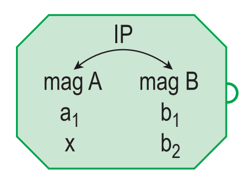
$x = \dfrac{a_1b_2}{b_1}$



$x = \dfrac{a_1b_1}{b_2}$

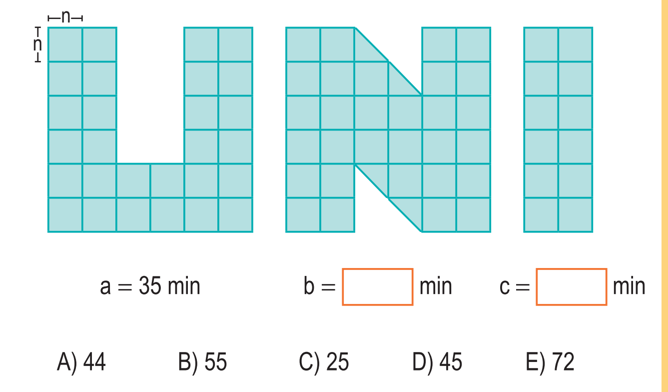


$x = \dfrac{a_1b_1}{a_2}$



$x = \dfrac{a_2b_1}{a_1}$

3. Calcula: b + c, si a; b y c son los tiempos que se demora Alex en pintar cada uno de los carteles formado por cuadraditos, respectivamente.



a = 35 min   b = ▭ min   c = ▭ min

A) 44   B) 55   C) 25   D) 45   E) 72

Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

Mag. A	Mag. B	Mag. C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

I. Si mag A DP mag B y $c_1 = c_2$, entonces $a_1b_1 = a_2b_2$ ( )

II. Si mag A IP mag C y $b_1 = b_2$, entonces $a_1c_1 = a_2c_2$ ( )

III. Si mag A DP mag B e IP mag C, entonces $a_1 . b_1 . c_2 = a_2b_2c_1$ ( )

5. Sabiendo que 20 monos comen 20 plátanos en 20 minutos, analiza las siguientes afirmaciones:

I. 10 monos en 10 minutos comen 5 plátanos. ( )

II. 10 monos comen 50 plátanos en 90 minutos. ( )

III. En 40 minutos 13 monos comen 26 plátanos. ( )

Son verdaderas:

A) Solo II   B) I y III   C) Solo I
D) II y III   E) Solo III

Resolución de problemas

6. Doce trabajadores pueden hacer una obra en 160 días. ¿Qué tiempo necesitarán 4 obreros del mismo rendimiento para realizar la misma labor?

A) 480 h   B) 490 h   C) 500 h
D) 470 h   E) 460 h

7. Seis caballos tienen ración para 15 días. Si se aumenta 3 caballos más, ¿para cuántos días alcanzará la ración anterior?

A) 8   B) 10   C) 11   D) 12   E) 13

8. En un zoológico se necesitan 720 kg de carne para alimentar durante el mes de noviembre a 5 leones. ¿Cuántos kilos se necesitaron para dar de comer a 8 leones durante 25 días?

A) 960 k   B) 970 k   C) 980 k
D) 990 k   E) 1000 k

9. Un hombre tarda 21 días en hacer los 7/12 de una obra. ¿Cuántos días más necesitará para terminar la obra?

A) 10   B) 12   C) 15
D) 18   E) 20

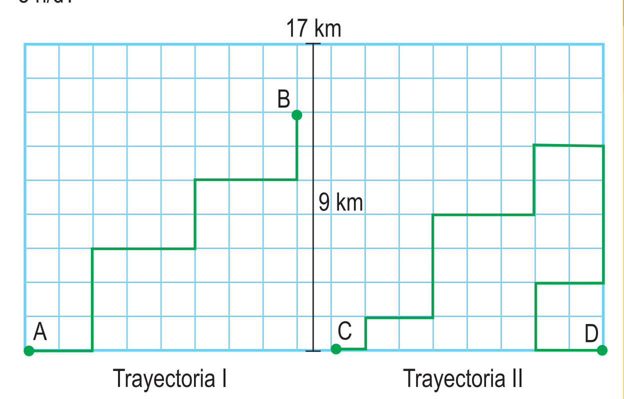
10. Un sastre pensó hacer un terno en una semana, pero tardó 4 días más por trabajar menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

A) 11   B) 14   C) 8
D) 22   E) 7

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Si Marco emplea 15 días en recorrer la trayectoria I a razón de 6 h/d, ¿cuántos días se demorará en recorrer la trayectoria II a 8 h/d?



A) 18 B) 15 C) 12
D) 20 E) 14

12. Se tiene los datos por temporada de una pequeña fábrica, si todas las costureras trabajan con igual eficiencia. Calcula la suma de los valores de los recuadros vacíos.

Temporadas	Costureras	Días	Vestidos
1.ª	5	15	12
2.ª		25	60
3.ª	5		28
4.ª	20	10	

A) 38 B) 45 C) 65 D) 82 E) 90

Razonamiento y demostración

13. Sabemos que una misma obra la pueden realizar 5 obreros trabajando $(x^3 + 1)$ días o $(x^2 - 1)$ obreros en 31 días.
Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. En 31 días 35 obreros podrán realizar la misma obra. ( )

II. En 7 días menos de 120 obreros podrán realizar la misma obra. ( )

III. En 217 días podrán 3 obreros culminar la misma obra. ( )

14. Una empleada puede limpiar una casa en "y" horas. si la dueña podría hacerlo en "x" horas $(y < x)$, demostrar que el tiempo que se demorarían si trabajan las dos juntas es menor que $(x/2)$ y mayor que $(y/2)$.

A) 38 B) 45 C) 65
D) 82 E) 90

Resolución de problemas

15. Si 20 mineros extraen 20 toneladas de cobre en 8 días trabajando 5 h/d. ¿Cuántos días tardarán 30 mineros en extraer 28 toneladas de cobre trabajando 7 h/d?

A) 2 B) 3 C) $5\frac{1}{3}$ D) $6\frac{1}{2}$ E) $7\frac{1}{3}$

16. Un navío partió con una tripulación de 200 hombres, llevando víveres suficientes para una travesía de 48 días de duración. Después de 12 días de navegación se dio albergue a 40 viajeros procedentes de un naufragio. ¿Cuántos días menos de lo previsto duraron los víveres dando ración completa a todos los tripulantes y viajeros?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

17. Si 20 obreros deben terminar una obra en 30 días trabajando 8 horas diarias. Luego de 12 días de trabajo, se pidió que la obra quedase terminada 6 días antes de aquel plazo, y así se hizo. ¿Cuántos obreros se aumentaron, teniendo presente que se aumentó también en 2 horas el trabajo diario?

A) 4 B) 8 C) 32 D) 144 E) 192

18. Se sabe que 30 carpinteros en 6 días pueden hacer 90 mesas o 150 sillas. Halla x, sabiendo que 20 de estos carpinteros en 15 días han hecho 120 mesas y x sillas.

A) 50 B) 42 C) 48 D) 36 E) 30

19. Si 18 obreros pueden hacer un muro en 24 días trabajando 8 horas diarias con una eficiencia de 60% cada uno. ¿Qué tiempo emplearán 15 obreros en hacer el mismo muro trabajando 1 hora diaria más con una eficiencia del 48%?

A) 32 días B) 38 días C) 40 días D) 45 días E) 50 días

20. Las máquinas M_1 y M_2 tienen la misma cuota de producción semanal, operando 30 horas y 35 horas, respectivamente. Si M_1 trabaja 18 horas y se malogra debiendo hacer M_2 el resto de la cuota, ¿cuántas horas adicionales debe trabajar M_2?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

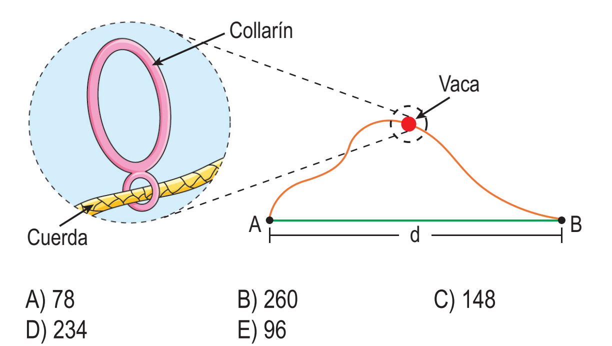
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Se sabe que 8 obreros en 10 días trabajando 8 h/d pueden pintar el área del triángulo ABC. Calcula x, si 6 obreros en 5 días pueden pintar el área sombreada trabajando 5 h/d.

A) 8
B) 6
C) 5
D) 4
E) 3

22. Gisela tiene una vaca a la cual le compró un collarín especial. Si la vaca que está atada a una cuerda de 10 m cuyos extremos se encuentran atados a 2 puntos fijos (A; B) y separados 6 m, se demora 30 min en comer la hierba que está a su alcance. ¿Cuántos minutos se tardará si la cuerda mide 26 m y los puntos fijos están separados 10 m?



A) 78 B) 260 C) 148
D) 234 E) 96

Razonamiento y demostración

23. En una fábrica, se sabe que $\overline{n4}_{(m)}$ máquinas producen 1560 botones en un día.
Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. En un día, $\overline{12p}_{(n)}$ máquinas producen $\overline{(a-1)(3a+1)55}$ botones. ( )

II. En un día, $\overline{1nm}_{(6)}$ máquinas producen 4215 botones. ( )

III. En 3 días, $\overline{210}_{(p)}$ máquinas producen más de 4100 botones. ( )

24. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda.
Sabemos que. $\overline{1c1b}$ leñadores en 17 días pueden talar $\overline{mnpq}$ árboles y $\overline{ab5a}$ leñadores de igual eficiencia que los anteriores en 77 días pueden talar $\overline{1pqqq}$ árboles. Además:
$MCD(\overline{1c1b}; \overline{ab5a}) = 156$

I. En 52 días podrán 6171 leñadores talar 26 015 árboles. ( )

II. $CA(\overline{ab}) < \overline{pq}$ ( )

III. $\overline{qa} + \overline{pc} = 99$ ( )

Resolución de problemas

25. Ochenta litros de agua de mar contienen 2 libras de sal. ¿Cuántos litros de agua pura se deberán agregar, si se quiere que cada 10 litros de la mezcla contengan 1/5 de libra de sal?

A) 40 B) 20 C) 25
D) 35 E) 60

26. En una fábrica 24 obreros fabrican 140 artículos en 84 días, laborando 5 horas diarias. Luego se destinan estos mismos obreros para hacer 500 artículos trabajando 4 horas al día. Después de fabricarse los 200 primeros artículos se reemplaza algunos obreros por máquinas que realizan cada una el trabajo de 4 obreros, fijándose en 3 horas las restantes jornadas de trabajo. Todo el trabajo se termina 25 días antes de lo fijado inicialmente. ¿Cuántas máquinas se utilizaron?

A) 7 B) 8 C) 4
D) 6 E) 9

27. La eficiencia de Dina es a la de Jhonatan como 4 es a 7. ¿Cuántos días se demorarán ambos en construir una obra que puede ser realizada por $\overline{(a-2)1}$ obreros cuya eficiencia es la mitad de Dina, en $\overline{(b-4)(b-4)}$ días? Si se sabe que este es primo.

A) 48 B) 56 C) 44
D) 62 E) 72

28. Un terreno de 10 acres puede alimentar a 12 bueyes por 16 semanas o a 18 bueyes por 8 semanas. ¿Cuántos bueyes se podría alimentar en un campo de 40 acres durante 6 semanas, si el pasto crece regularmente todo el tiempo?

A) 72 B) 88 C) 68
D) 66 E) 70

29. Diez personas pueden hacer una obra en 28 días. A los 8 días de iniciada la obra se les indica que la obra debe ser 5/7 mayor de la acordada y 15 días después de esto se les indica que todo el trabajo debe estar listo 3 días antes del plazo inicial. Por lo cual en ese momento contratan 20 obreros. Determina la relación entre las eficiencias de los obreros de ambos grupos.

A) 5/28 B) 4/23 C) 14/13
D) 4/3 E) 2/5

30. Un grupo de obreros tiene proyectado terminar una obra en cierto número de días, pero 20 días antes de finalizar la obra 12 de los obreros renuncian, después de 8 días se contratan 15 obreros cuya eficiencia es 20% menos, luego de 2 días más se despiden 3 obreros del último grupo contratado y contratan "n" obreros cuya eficiencia es 20% más que los obreros del grupo inicial. Calcula n.

A) 10 B) 15 C) 18
D) 5 E) 8

Claves

NIVEL 1	7. B	12. D	19. A	24.
1.	8. A	13.	20. B	25. B
2.	9. C	14.	NIVEL 3	26. C
3. B	10. E	15. C	21. D	27. D
4.	NIVEL 2	16. C	22. D	28. E
5. B	11. A	17. A	23.	29. B
6. A		18. A		30. A

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: PORCENTAJES

1 Halla el 30% del 50% del 40% del 7 por 12 de 2000.

A) 50 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

2 ¿De qué cantidad 54 es el 20%?

A) 260 B) 270 C) 280
D) 300 E) 540

3 Determina el aumento único equivalente a 3 aumentos sucesivos del 10%, 50% y 20%.

A) 80% B) 90% C) 97% D) 98% E) 88%

4 El costo de una caja fue $48 000. Si se vende ganando el 10% del precio de compra más el 45% del precio de venta, ¿cuánto se gana?

A) $48 000 B) $24 000 C) $20 000
D) $16 000 E) $60 000

5 Una bolsa contiene bolas rojas, negras y blancas. El 20% son rojas, el 35% son negras y hay 36 bolas blancas. El número de bolas que contiene la bolsa es:

A) 70 B) 80 C) 90 D) 65 E) 75

6 ¿Qué porcentaje de 3800 son los 2/5 de los 4/6 del 30% de 33 250?

A) 50% B) 60% C) 65% D) 70% E) 75%

7 Para aumentar en un 125% el área de un círculo, su radio se debe multiplicar por:

A) 1/2 B) 2 C) 3/2 D) 3 E) 5/2

8 En un examen de admisión en que se requiere aprobar los 4 exámenes programados, solo el 15% de los postulantes podría ser admitido. Si solo se exigiera aprobar 3 de los exámenes, el número de postulantes a admitir aumentaría en un 60% del número anterior y totalizarían así 900 ingresantes. ¿Cuántos son los postulantes?

A) 3900 B) 3750 C) 4000
D) 4500 E) 4850

9 El área de un rectángulo disminuye en un 28% a pesar de que la altura aumentó en 60%. ¿Cómo varió la base?

A) Disminuyó en 45% B) Aumentó en 55%
C) Aumentó en 50% D) Disminuyó en 55%
E) Disminuyó en 60%

10 Se quiere vender un artículo a S/.8000, pero luego se le hacen aumentos sucesivos del 20% y 25% y a lo obtenido descuentos sucesivos del 25% y 20%. ¿A cuánto se vendió finalmente?

A) S/.9000 B) S/.7200 C) S/.7800
D) S/.7300 E) S/.8100

11 Se han vendido 2 corbatas a S/.72 cada una, en una se gana el 20% y en la otra se pierde el 20%. ¿Se ganó o se perdió?¿Cuánto?

A) Se ganó S/.6 B) Se ganó S/.8
C) Se ganó S/.12 D) Se perdió S/.6
E) Se perdió S/.12

12 Un comerciante compró artículos a S/.12 500 cada uno. Luego vende todos a S/.337 000. Los gastos ocasionados por los artículos desde la compra hasta la venta fueron el 15% del beneficio bruto. ¿Cuál fue el número de artículos adquiridos, si se obtuvo un beneficio neto de S/.95 200?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

13 Un recién casado adquiere un televisor con rebaja del 25%, una refrigeradora en 2/3 de su valor y un auto de segunda mano con cierta rebaja por su estado, esto le significó un ahorro total equivalente a 2 descuentos sucesivos del 40% y 25% sobre el total de los precios normales (considerando el auto nuevo). Si los precios sin rebaja se encuentran en la relación de 4; 9 y 15, ¿qué tanto por ciento se devaluó el automóvil?

A) 82% B) 66% C) 70% D) 80% E) 76%

14 Dos recipientes contienen vino. El primero tiene vino hasta la mitad y el segundo un tercio de su volumen. Se completa estos recipientes con agua, vertiéndose las mezclas a un tercer recipiente. Sabiendo que la capacidad del segundo recipiente es el triple que el primero, determina el tanto por ciento de agua que contiene el tercer recipiente.

A) 60% B) 62,5% C) 75% D) 57,7% E) 53,5%

Claves

1. D	3. D	5. B	7. C	9. D	11. D	13. E
2. B	4. A	6. D	8. B	10. B	12. A	14. B

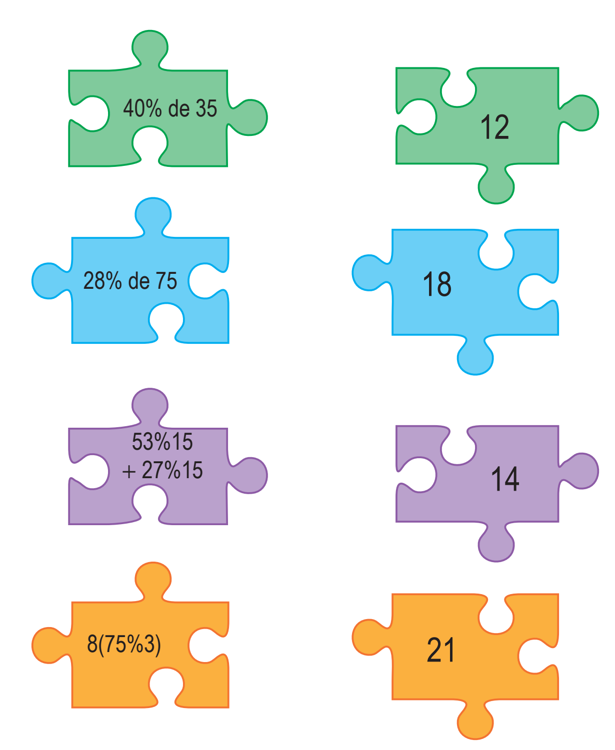


Practiquemos

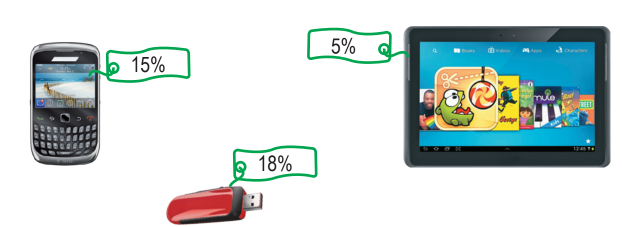
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona según corresponda:

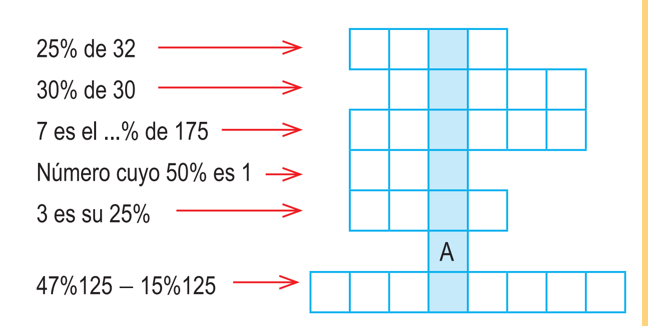


2. Observa las imágenes y completa la tabla.



	Precio	Descuento	Precio final
Celular	S/.540		
USB	S/.50		
Tablet	S/.720		

3. Completa el crucinúmeros y descubrirás la palabra oculta.



Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

1/4 es equivalente al 25%.	
El 24% de 75 es 18.	
El 15% del 16% de 10 es igual al (15 × 16)% de 10.	
Un descuento de 40% es equivalente a 2 descuentos sucesivos de 20% y 20%.	

5. Sabiendo que:
A = 13% de 17 + 36% de 33 + 23% de 17
B = 7% de 27 + 20% de 13 + 13% de 27

Luego, podemos afirmar:
I. A > B
II. A = 18 y B = 8
III. El (A – B)% de B es 80.

A) II y III B) solo III C) Solo I
D) Solo II E) I y II

Resolución de problemas

6. Calcula el 15% de 600 más el 36% de 400.

A) 234 B) 244 C) 214 D) 198 E) 176

7. Hacer descuentos sucesivos del 25%; 40% y 20% equivalen a hacer uno de:

A) 28,3% B) 85% C) 75% D) 64% E) 60%

8. ¿Cuál es el número cuyo 3% es 15?

A) 50 B) 60 C) 150 D) 850 E) 500

9. Calcula el 25% de 840 más el 2,5% de 4000.

A) 320 B) 420 C) 410 D) 380 E) 310

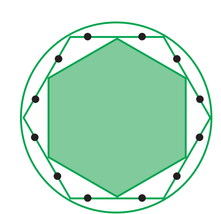
10. La superficie de un terreno en forma cuadrada es 64 m^2. Si se amplía el terreno de tal forma que a cada lado se le aumenta 4 m, ¿en qué tanto por ciento varía la superficie?

A) 125% B) 140% C) 100% D) 135% E) 90%

NIVEL 2

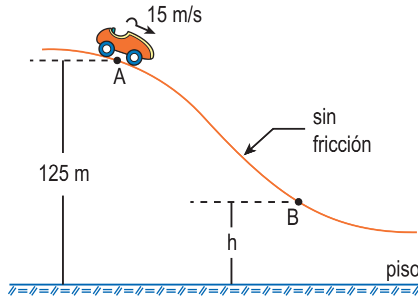
Comunicación matemática

11. ¿Qué porcentaje del área del hexágono regular mayor representa la parte sombreada?



A) 75% B) 60% C) 80% D) 55% E) 65%

12. Un coche resbala por una rampa. Si cuando pasa por B su altura ha disminuido 40%, completa los recuadros vacíos ($g = 10\ m/s^2$).



- La altura h es ☐ m.
- La velocidad aumenta en ☐ %.
- La energía potencial disminuye en ☐ %.

Razonamiento y demostración

13. Dado la siguiente proposición:
El precio de compra de un artículo es S/.800.
Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponde.

I. El precio de venta sería S/.1240 luego de dos aumentos sucesivos de 20% y 30%.

II. Si la ganancia es 27% del precio de venta más 46% del precio de compra, entonces el precio de venta es S/.1580.

III. El precio fijado tal que rebajando el 20% P_F aún gane el 30% P_C es S/.1360.

A) FVF B) FFF C) FFV
D) VFF E) FVV

14. Demuestra:

a) Dos descuentos sucesivos $d_1\%$ y $d_2\%$ equivalen a un descuento único de:

$$\left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 \times d_2}{100}\right)\%$$

b) Dos aumentos sucesivos de a_1 y a_2 equivalen a un aumento único de:

$$\left(a_1 + a_2 + \frac{a_1 \times a_2}{100}\right)\%$$

Resolución de problemas

15. Una máquina mezcladora de concreto tiene una depreciación de 10% por cada año de uso respecto al precio que tuvo al comenzar cada año. Si al cabo de 4 años su precio es S/.131 220, ¿cuál fue su precio original?

A) S/.210 000 B) S/.205 000
C) S/.200 000 D) S/.185 000
E) S/.150 000

16. Al precio de un artículo se le aumenta en n% y al nuevo precio luego se le disminuye en un (100 – n)%. Calcula el valor de n, si el precio final es el 96% del inicial.

A) 24 B) 30 C) 32,5
D) 40 E) 60

17. A qué precio se debe fijar un artículo cuyo costo es S/.441, si se ha de realizar tres descuentos sucesivos del 20%, 25% y 40%, y aun así se ganará el 12,5% del precio de venta?

A) S/.3500 B) S/.1375 C) S/.1400
D) S/.1200 E) S/.2800

18. Valeria vende dos muñecos diferentes, cada uno al mismo precio de venta. En uno de ellos gana el 20% de su costo y en el otro pierde el 20% de su costo. ¿Qué tanto por ciento del precio de costo ganó o perdió?

A) Ganó 4% B) Perdió 4% C) Ganó 8%
D) Perdió 8% E) Ganó 15%

19. Con el dinero que tengo podría comprar cierto número de camisas, pero podría comprar 6 camisas más si al precio de cada camisa se le hiciera dos descuentos sucesivos del 20% y 25%. Si al precio de cada camisa solo se le hiciera un descuento del 10%, ¿cuántas camisas en total podría comprar?

A) 10 B) 12 C) 18 D) 15 E) 14

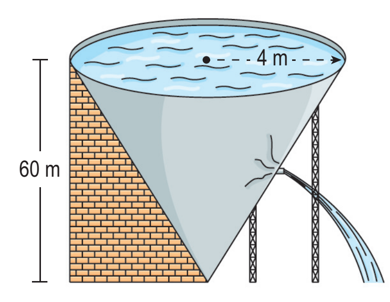
20. Al desinflarse una pelota se observa que la sombra que proyecta sobre el piso disminuye en 43,75%. Determina en qué tanto por ciento disminuye su volumen, si se desinfla de manera homogénea.

A) 52,75% B) 62,5% C) 56,25%
D) 57,8125% E) 37,5%

NIVEL 3

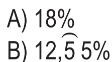
Comunicación matemática

21. Si un depósito de agua que tiene la forma de cono invertido tiene una fuga de agua a la mitad de su altura, calcula en qué tanto por ciento varía el área de la superficie de agua que no está en contacto con el cono y la variación porcentual del volumen del cono cuando el nivel del agua esté a la altura de la fuga.



A) 75% y 87,5% B) 50% y 50% C) 75% y 48%
D) 80% y 60% E) 42,5% y 64%

22. En el siguiente triángulo equilátero, calcula el porcentaje que representa el área de la región sombreada de la no sombreada.

A) 18%
B) $12,\widehat{5}5\%$

C) 20%
D) $16,\widehat{6}\%$
E) 25%

Razonamiento y demostración

23. En una reunión el $\overline{cb0}_{(d)}$% toma; el $\overline{caa}_{(4)}$% fuman; el $\overline{cca}_{(3)}$% de los que toman, fuman y los que no toman ni fuman son $\overline{aa}_{(2)} \times 10^2$. Considerar a; b; c; d < 5 y diferentes. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

Fuman, pero no toman 55.	
No fuman, pero toman 330.	
Los que fuman son 370.	
La cantidad de personas que no toman es $\overset{\circ}{3}$.	

24. Dado: $a = \overline{mn}\%\ (\overline{bc})$
Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $\overline{mn}$ es el menor número de 2 cifras y $\overline{bc}$ es el mayor número de 2 cifras $\overset{\circ}{6}$, entonces $a > 9{,}5$.

II. Si m; n; b; c; m + n; b − c son primos y además: $26 < \overline{mn} < \overline{bc} < 53$, entonces $a > 15$

III. Si $\overline{bm} = 5\,\overline{cn}$; $CD(\overline{mc}) = 4$ y $b - n = 2$, entonces: $21 < 80\%a < 31$

A) VFF B) VFV C) VVV
D) FVV E) VVF

Resolución de problemas

25. Dos máquinas deben confeccionar diariamente 5005 polos, proporcionalmente a su rendimiento. Cierto día una de ellas confecciona 1859 polos y la otra el resto; al día siguiente la primera disminuye su eficiencia en 12% y la otra aumenta en 17%. Halla la razón aritmética entre las nuevas cantidades producidas.

A) 1950 B) 1860 C) 1760
D) 1925 E) 2320

26. Fabrizio ha comprado 5 libros iguales para venderlos de tal manera que en el primer libro gane el 2%, en el segundo el 4%, en el tercero el 6% y en el cuarto el 8%. ¿Qué tanto por ciento del precio de venta del quinto libro representa lo que se debe ganar en este, para que en la venta total gane el 9% del costo total?

A) 25% B) 20% C) 24%
D) 30% E) 36%

27. Para fijar el precio de un artículo su costo se incrementa en 30%. Además, la ganancia neta, los gastos y el descuento están en progresión aritmética. Calcula el precio fijado, sabiendo que la ganancia neta representa el 20% de los gastos y el precio de venta es S/.280.

A) S/.350 B) S/.230 C) S/.450
D) S/.340 E) S/.325

28. De los asistentes a una conferencia se sabe que el 70% son ingenieros y el resto médicos, el 20% de los ingenieros tienen menos de 25 años de edad, el 20% de los menores de 25 años son médicos y esta cantidad representa el 20% de los mayores de 30 años o con 30 años. Si de los ingenieros con 25 años o más el 25% tiene 30 años o más, calcula qué tanto por ciento de los profesionales son ingenieros con 30 años a más.

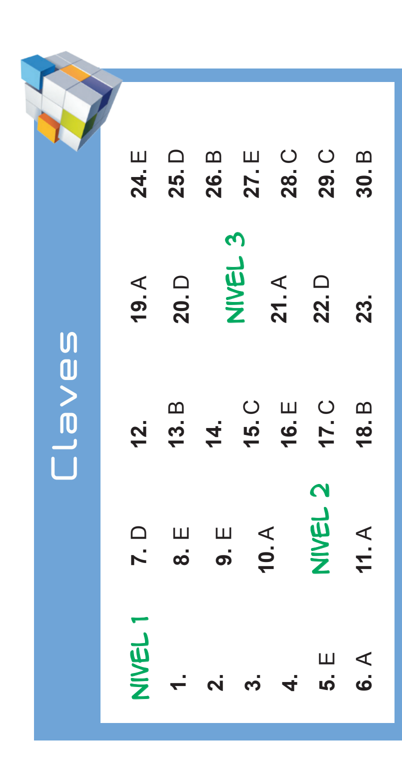
A) 20% B) 400% C) 80%
D) 50% E) 40%

29. En una feria escolar se vende cuadernos a S/.4 cada uno con un descuento del 5%, pero si las ventas superan a S/.40 el descuento sería del 20%, aunque para ventas no inferiores a S/.90 el descuento sería del 25%. Víctor en su primera compra obtuvo un descuento del 5% y en la segunda 20%, pero si hubiera comprado todos los cuadernos a la vez, el descuento sería del 25% y habría ahorrado S/.12. ¿Cuántos cuadernos más compró la segunda vez con respecto a la primera?

A) 7 B) 11 C) 10
D) 9 E) 14

30. Un vendedor adquirió un lote de cuadernos y vendió la tercera parte ganando el 20% sobre el precio de compra, luego vendió la sexta parte del resto perdiendo el 25% sobre el precio de venta. Estas dos ventas le han dado una ganancia de S/.2760 menos que el costo de lo sobrante. Determina cuánto pagó el comerciante por el lote de cuadernos.

A) S/.8730 B) S/.5400 C) S/.3900
D) S/.2560 E) S/.7200



Claves

NIVEL 1	7. D	12.	19. A	24. E
1.	8. E	13. B	20. D	25. D
2.	9. E	14.	NIVEL 3	26. B
3.	10. A	15. C	21. A	27. E
4.	NIVEL 2	16. E	22. D	28. C
5. E	11. A	17. C	23.	29. C
6. A		18. B		30. B

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: MEZCLA

1 Se mezclan 12 kg de café de S/.6 el kilogramo con 18 kg de café de S/.8 el kilogramo. Calcula el precio medio de la mezcla.

A) S/.35,5 B) S/.7,2 C) S/.6 D) S/.6,5 E) S/.7,4

2 ¿Qué cantidad de arroz de S/.2,5 el kilogramo debe mezclarse con 6 kilos de arroz de S/.4 el kilogramo para obtener una mezcla de S/.3 el kilogramo?

A) 7 kg B) 5 kg C) 8 kg D) 12 kg E) 13 kg

3 ¿Cuántos litros de agua habrá que aumentar a 24 litros de alcohol al 64% para rebajarlo al 48%?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4 Se mezcla alcohol de 20° y 50° cuyas cantidades son 30 L y 20 L, respectivamente. Si agregamos 50 L de agua, el nuevo grado de pureza será:

A) 15° B) 16° C) 17° D) 18° E) 19°

5 ¿Cuál deberá ser la pureza del alcohol que deberá añadirse a 80 L de alcohol de 96% de pureza para obtener un hectolitro de alcohol de 90% de pureza?

A) 66° B) 65° C) 60° D) 62° E) 68°

6 Se mezclan **x** kilos de arroz de S/.4 con **y** kilos de S/.2, resultando una mezcla de S/.3,5.

Calcula: $\left(\frac{x+y}{2y}\right)$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7 En una aleación el peso del material fino, el peso total y la ley son: x g; (x + 24) g y 0,625, respectivamente. Calcula x.

A) 15 B) 20 C) 30 D) 35 E) 40

8 Se tienen 3 lingotes de oro con leyes 0,960; 0,760 y 0,93375, respectivamente. Se desea obtener un lingote de 2,45 kg con ley 0,900. ¿Qué peso es necesario tomar del segundo lingote si se impone la condición de emplear 800 g del tercero?

A) 730 g B) 630 g C) 830 g
D) 430 g E) 530 g

9 Se tienen 2 barras de oro, en la primera el 80% del peso total es oro, en la 2.ª cuyo peso total es el doble del anterior, el 75% del peso total es oro; si se mezclan ambas barras, ¿de cuántos quilates resulta la aleación de las barras?

A) 24 B) 22 C) 59 D) 18,4 E) 16,5

10 Se mezclan 30 kg de café de S/.30 el kilogramo con 48 y 52 kg de S/.26 y S/.13 por kilogramo respectivamente. ¿A cómo debe venderse cada kilogramo de la mezcla si se desea ganar el 10%?

A) S/.23,89 B) S/.26 C) S/.26,18
D) S/.26,20 E) S/.27

11 Se funden 325 gramos de una aleación de plata y cobre de ley 0,835 con 450 gramos de otra aleación de ley 0,950. ¿Qué peso habrá que añadir de una tercera aleación de 0,840 para obtener una cuarta aleación de 0,886?

A) 265,7 g B) 265,76 g C) 265,77 g
D) 266 g E) 267 g

12 Se funde un lingote de plata que tiene 450 g de plata pura y cuya ley es 0,75 con otro lingote de plata que tiene 320 g de plata pura y 30 g más de aluminio que el anterior. La ley media de la aleación resultante será:

A) 0,70 B) 0,68 C) 0,71 D) 0,69 E) 0,72

13 Un comerciante quiere mezclar 3 tipos de frijol de S/.2,50; S/.3,00 y S/.3,50 el kilogramo. ¿Cuánto habrá que utilizar del tercer tipo si desea obtener una mezcla de 240 kilogramos que pueda vender a S/.3,60 el kilo ganando 20%, si los pesos de los dos primeros tipos están en la relación de 3 a 4, respectivamente?

A) 50 kg B) 72 kg C) 80 kg
D) 84 kg E) 100 kg

14 Un comerciante compró cierta cantidad de vino a S/.6 el litro; le agrega cierta cantidad de agua y obtiene una mezcla de 60 L que luego vende a S/.4 el litro con una pérdida del 20%. ¿Qué porcentaje del volumen de vino representa el agua agregada?

A) 20% B) 30% C) 40% D) 50% E) 100%

Claves

1. B 3. C 5. A 7. E 9. D 11. B 13. B
2. D 4. B 6. B 8. B 10. A 12. A 14. A

Practiquemos



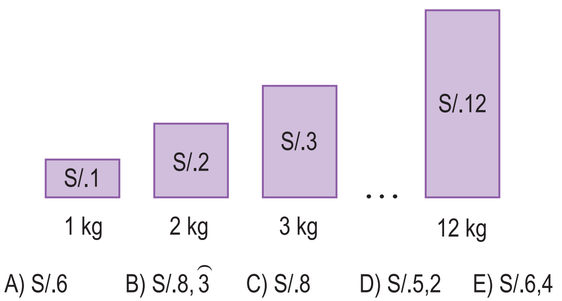
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Encuentra 6 palabras relacionadas con mezcla.

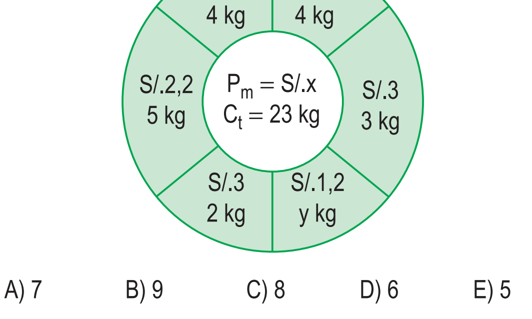
P	A	L	G	R	A	M	N
L	M	O	R	A	Y	E	L
I	E	T	A	L	I	U	Q
N	Z	A	D	E	A	G	A
G	C	D	O	S	G	R	E
A	L	E	A	C	I	O	N
H	A	L	E	N	L	M	A
D	O	A	L	U	M	I	N

2. En el gráfico, se muestra los precios unitarios y las cantidades de cierto producto. ¿Cuál es el precio medio?



A) S/.6 B) S/.8,$\widehat{3}$ C) S/.8 D) S/.5,2 E) S/.6,4

3. En el gráfico, se tiene los precios unitarios de arroz.
Calcula: x + y



A) 7 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

$0 \leq K \leq 12$	
Si $0,3 \leq L \leq 0,5$, entonces: $0,5 \leq$ Liga $\leq 0,7$	
Cu es un metal fino.	
El grado de alcohol puro es 0°.	

5. Dadas las siguientes proposiciones:
I. Si la ley de una aleación de oro es 0,750, el n.° quilates es 16.
II. La relación de las cantidades que deben mezclarse dos clases de un producto de S/.15 y S/.8 el kilo para tener un precio medio de S/.12 es 4/3.
III. El hierro es un metal fino.
IV. Si Ley – Liga = 1/5, entonces Ley = 3/5
¿Cuántas son verdaderas?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Resolución de problemas

6. Carmen mezcla 48 litros de aceite a S/.5 el litro con 32 litros de otro aceite, ¿cuál es el precio por litro de este último, sabiendo que el precio medio de la mezcla es S/.6?

A) S/.6,80 B) S/.7,00 C) S/.6,50
D) S/.7,50 E) S/.8,00

7. Si 30 L de una mezcla contiene 12 L de alcohol, ¿cuántos litros de agua debemos agregar para obtener una mezcla de 15°?

A) 42 B) 48 C) 50 D) 55 E) 60

8. Se mezclan tres ingredientes en la relación de 1; 4 y 5. Si sus precios por kilogramo son S/.10; S/.15 y S/.18 respectivamente, ¿cuál es el costo de 100 kg de esta mezcla?

A) S/.1000 B) S/.1200 C) S/.1500
D) S/.1600 E) S/.1800

9. Se tiene una sortija de oro de 18 quilates que pesa 20 g. ¿Cuántos gramos de oro puro se debe agregar a la sortija, para que su ley sea ahora de 20 quilates?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. Un minorista desea obtener 170 kg de café de S/.17 mezclando café de S/.20; S/.10 y S/.7. ¿Cuánto café de la mejor calidad puede utilizar como máximo si todas las cantidades deben ser enteras?

A) 38 kg B) 122 kg C) 125 kg D) 128 kg E) 131 kg

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa la tabla, si a la mezcla de alcohol se le agrega 3 L, luego 2 L y finalmente, 8 L de agua pura.

Concentración de alcohol	72%			
Volumen de la mezcla	5 L			

12. Determina la densidad de una moneda formada por los elementos de la siguiente tabla:

	Cu	Sñ	Zn
Volumen en la mezcla	84%	10%	6%
Densidad del elemento	8,85	7,29	7,19

A) 7,456 B) 7,3645 C) 8,4864
D) 8,46 E) 8,594

Razonamiento y demostración

13. Si se mezclan 3 kg de café de S/.$\overline{a1}$ con n kg de café de S/.$\overline{a9}$, resultando una mezcla de precio medio S/.$\overline{4p}$, ¿cuántas proposiciones son verdaderas?

I. $a + 3 = 7$ ( )

II. Si $n = 1$, entonces $n + p = 5$ ( )

III. Si $p = 5$, entonces CD $(\overline{np}) = 4$ ( )

IV. Si $n + p = 16$, entonces $n - p = \overset{\circ}{3}$. ( )

14. Se mezclan m kilos de café de S/.$\overline{24}_{(a)}$ el kilo con n kilos de café de S/.$\overline{a2}_{(c)}$ el kilo, obteniendo 12 kilos de café de S/.$\overline{2c}_{(7)}$ el kilo. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $a = 6$ ( )

II. $c = 2$ ( )

III. $a + b + m + n = 23$ ( )

Resolución de problemas

15. Se tienen 3 lingotes de oro de 14; 18 y 20 kilates, se funden los tres resultando una aleación de 2 kg de 18,2 kilates. Si se sabe que por cada 3 g del segundo se utilizaron 5 g del tercero, ¿cuántos gramos se utilizaron del primero?

A) 300 B) 350 C) 400 D) 450 E) 500

16. Se tienen 3 lingotes de oro y cobre. El primero contiene 170 g de oro y 30 g de cobre; el segundo tiene 200 g de oro y 50 g de cobre, y el tercero 300 g de oro y 100 g de cobre. Se quiere obtener 100 g de un lingote de oro y cobre de ley 0,82 de tal manera que del segundo lingote entre los 7/4 de lo que entra del tercero. ¿Cuánto entrará del primero?

A) 50 g B) 52 g C) 54 g D) 56 g E) 60 g

17. Se tienen 2 tipos de alcohol de diferente grado, cuyos volúmenes están en la relación de 3 a 5. Se observa que si se intercambian 30 L, se obtiene que los recipientes contienen el mismo tanto por ciento de alcohol. Determina la suma de volúmenes de los recipientes.

A) 74 L B) 128 L C) 112 L D) 92 L E) 124 L

18. Se mezclan 2 clases de soya en proporción de 3 a 4 y la mezcla se vende con una ganancia del 20%. Si se hubiera mezclado en proporción de 4 a 3 y se vendiera la mezcla con una ganancia del 25%, se obtendría que los precios de venta serían iguales. Halla la relación de precios de las clases de soya.

A) 3 a 4 B) 5 a 6 C) 7 a 9 D) 7 a 11 E) 9 a 17

19. Una aleación de oro y estaño es de 18 kilates y se funde con otra aleación de oro y cobre de 21 kilates. Si al fundir en un crisol artesanal las mermas son del 15% del peso, ¿cuántos gramos de la primera aleación son necesarios para obtener 306 gramos y de 20 kilates?

A) 80 B) 102 C) 105 D) 108 E) 120

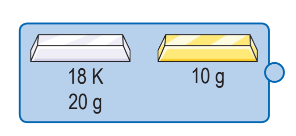
20. Carlota desea preparar rosquillas para lo cual mezcla dos calidades de harina una de S/.0,45 el kg y la otra de S/.0,40 el kg en la relación de 3 a 2, obteniendo una harina tal que 100 kg producen 132 kg de rosquillas. Determina el costo de harina para elaborar 330 kg de rosquillas.

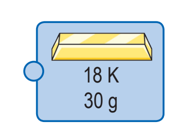
A) S/.102 B) S/.103,75 C) S/.106
D) S/.107,50 E) S/.108,30

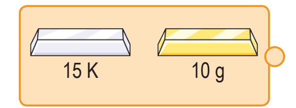
NIVEL 3

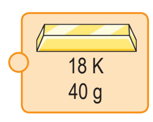
Comunicación matemática

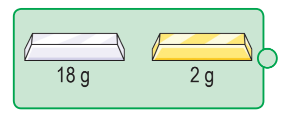
21. Relaciona según corresponda, si se muestran los lingotes que se deben fundir con lingotes de oro puro para obtener su correspondiente aleación:

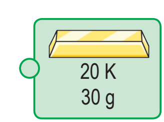


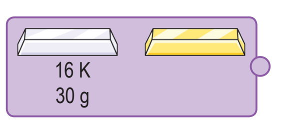


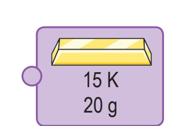




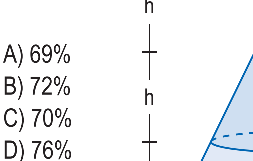


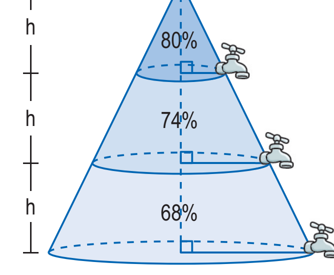






22. En los sólidos geométricos, se muestran los volúmenes y las concentraciones de alcohol separadas. Calcula la concentración resultante de mezclar los 3 contenidos en un depósito de forma cilíndrica.





A) 69%
B) 72%
C) 70%
D) 76%
E) 74%

Razonamiento y demostración

23. Se tiene un lingote de oro cuya ley es 0,$\overline{a5c}$ de $\overline{bb}_{(5)}$ quilates. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $c = 3$ ( )

II. $(b + c)$ es impar ( )

III. Si $a + b = 10$, entonces $a^b = \overline{mn3}$. ( )

IV. Si $b = 1$, entonces $\overline{ab} = \overset{\circ}{7}$. ( )

24. Se tiene una aleación cuya ley es $\frac{\overline{n7}}{\overline{ab}}$ y de liga $\frac{\overline{4m}}{65}$, además, ambas fracciones son irreductibles.
Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $\text{MCD}(\overline{bm}; \overline{an}) = m - a$ ( )

II. $(a + b - m - n)^{2014} = \overset{\circ}{2}$ ( )

III. $\text{CD}(\overline{nm}) = a$ ( )

IV. Si $\underbrace{1 + 4 + 9 + 16 + ...}_{a \text{ términos}} = \overline{pq}$, entonces $\overline{qp} = \overset{\circ}{4} + 2$. ( )

Resolución de problemas

25. Jesús desea regalarle a Paola una pulsera de oro. Manda fundir 3 lingotes de oro y cobre del mismo peso, el primero de los cuales tiene una ley de 0,800 y los otros dos si fuesen fundidos por separado se obtendrá oro de 18 kilates. No estando contento con la calidad del material ordena al joyero aumentar 20 g de oro puro, con lo cual la pulsera tiene solamente 14% de cobre. ¿Cuánto pesa la pulsera?

A) 45 g B) 48 g C) 50 g
D) 54 g E) 60 g

26. Un vendedor compró 150 kg de café a 6 soles el kilogramo y los mezcla con 90 kg de una calidad superior que le había costado 8 soles el kilogramo. El café, por efecto del tueste, perdió la sexta parte de su peso. Diga qué cantidad de café tostado entregará por 891 soles sabiendo que quiere ganar el 10% del importe de la compra.

A) 100 kg B) 80 kg C) 200 kg
D) 50 kg E) 90 kg

27. A dos recipientes A y B de alcohol puro se les extrae 1/4 y 1/8 de su volumen, respectivamente y son reemplazados con agua. Luego se extraen los 3/5 y 5/7 de estas mezclas respectivamente y son reemplazados con agua. Luego se quiere saber con cuántos litros de A se deben mezclar 40 litros de B para obtener una mezcla de 28°.

A) 55 B) 60 C) 52
D) 45 E) 39

28. El Sr. Torres tiene 4 recipientes de alcohol de 40%; 60%; 80% y 50%. A cada uno se le agrega 20; 10; 30 y 40 litros respectivamente de alcohol puro, obteniendo que cada recipiente contiene el mismo volumen. Finalmente mezcla estos nuevos alcoholes para obtener un alcohol de 78,5%. Halla el volumen inicial en litros de alcohol de 80%.

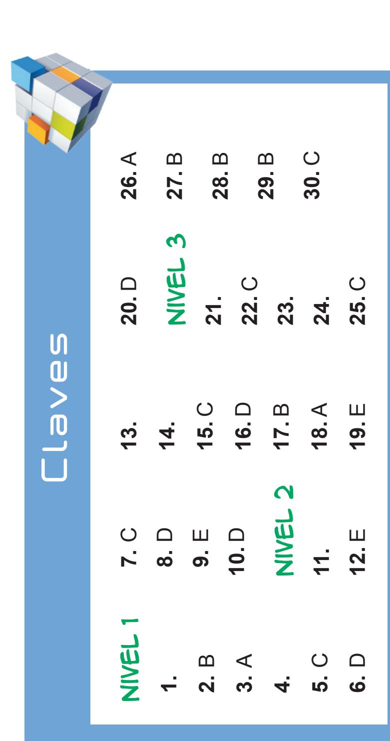
A) 10 B) 20 C) 25
D) 30 E) 40

29. Luchelín prepara un licor casero con un sistema de 2 reservorios que contiene alcoholes de 49% y 64%, los cuales pueden vertir su contenido a un recipiente a través de 2 grifos: el primero 2 litros la primera hora y cada hora siguiente vierte 4 litros más que en la hora anterior. El segundo grifo 1 litro la primera hora y cada hora siguiente el doble de lo que vertió en la hora anterior. Si ambos grifos se abren simultáneamente, ¿después de cuántas horas la mezcla será de 56%?

A) 4 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

30. Determina el peso en gramos de una moneda de aleación de plata y cobre que se tomó como modelo para la fabricación de otras 109, semejantes en la ley y peso a partir de una aleación que a su vez se obtuvo fundiendo 3 lingotes de plata y cobre cuyas ligas fueron 0,080; 0,160 y 0,250, si además los pesos de dichos lingotes son IP a sus leyes y que el tercero pesa 119 g más que el primero.

A) 12 B) 15 C) 16
D) 18 E) 19



- El contenido de 22 barricas de cemento de 100 kg cada una y de precio S/.1320 el metro cúbico, se ha mezclado con el contenido de 63 barricas de otra clase de cemento, de precio S/.825 el metro cúbico, y ha resultado el precio medio de la mezcla a S/.1023 el metro cúbico. Averigüe el peso de la barrica de la segunda clase de cemento, cuya densidad es 1,05 kg/m^3, si la de la otra clase es 1,1 kg/m^3.

Resolución:

Debemos tener en cuenta que: $\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$

Del problemas:

Densidad (ρ)	Masa (m)	Volumen (V)
1,1 kg/m^3	100 kg	90,91
1,05 kg/m^3	m	$\frac{m}{1,05}$

Entonces:

Cantidades	Precios
$C_1 = 22 \times 90,91 = 2000,02$	S/.1320
$C_2 = 63 \times \frac{m}{1,05} = 60m$	S/.825

Luego:

$$P_m = \frac{C_1 \times P_1 + C_2 \times P_2}{C_1 + C_2} = \frac{2000,02 \times 1320 + 60m \times 825}{2000,02 + 60m}$$

Por dato:

$$1023 = \frac{2000,02 \times 1320 + 60m \times 825}{2000,02 + 60m}$$

$$1023(2000,02 + 60m) = 2640\,026,4 + 49\,500m$$
$$2\,046\,020,46 + 61\,380m = 2640\,026,4 + 49\,500m$$
$$11\,880m = 594\,005,94$$
$$m = 50kg$$

$\therefore$ La segunda barrica pesará 50 kilogramos.

1. Tres hermanos A, B y C se reparten una suma de dinero proporcionalmente a sus edades que son 25; 18 y 17 años. Para que los tres reciban lo mismo, el mayor le cede al segundo S/.200 y el segundo le cede al tercero una determinada cantidad. Calcula esta cantidad.

A) S/.120 B) S/.130 C) S/.140 D) S/.145 E) S/.150

2. El señor Javier decide repartir su gratificación en partes proporcionales al orden en que nacieron sus cuatro hijos, pero luego del reparto lo deciden hacer en partes proporcionales a los números 5; 6; 9 y 10; por lo que uno de ellos devuelve S/.28. ¿Cuánto recibe el menor de sus hijos?

A) S/.70 B) S/.80 C) S/.85 D) S/.92 E) S/.97

3. Roberto inicia un negocio con S/.1000, a los 3 meses se incorpora Pablo aportando S/.2000 y 4 meses después ingresa Juan con un capital de S/.3000. Si el negocio se cierra al año y 3 meses de iniciado y se repartieron una ganancia de S/.5250, calcula la menor ganancia.

A) S/.1000 B) S/.1200 C) S/.1250 D) S/.1350 E) S/.1400

4. Quince albañiles trabajando 12 h/d durante 16 días pueden hacer una zanja de 4 m de largo, 2 m de ancho y 1.5 m de profundidad. Si 20 albañiles trabajando x horas diarias durante 18 días pueden hacer una zanja de 3 m de largo, 1.5 m de ancho y 2 m de profundidad, calcula x.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. 20 obreros se comprometen a terminar una obra en 28 días; pero después de haber hecho la mitad de la obra, 10 de los obreros bajaron su rendimiento en 1/4 debido a las pésimas condiciones de trabajo. Debido a ello, ¿cuántos días se emplearán en hacer la obra?

A) 20 días B) 24 días C) 30 días D) 32 días E) 36 días

6. Un reservorio puede suministrar diariamente a cada una de las 25 familias vecinas 1,2 m^3 de agua durante 150 días. ¿En cuántos litros deberá reducirse el consumo diario de cada familia, si el número de ellas aumenta a 40 y se desea que la provisión dure 50 días más? (1 m^3 = 1000 litros)

A) 329,5 L B) 422,5 L C) 563,5 L D) 637,5 L E) 545,8 L

7. Dos recipientes contienen vino. El primero tiene vino hasta la mitad y el segundo un tercio de su volumen. Se completa estos recipientes con agua, vertiéndose las mezclas a un tercer recipiente. Sabiendo que la capacidad del segundo recipiente es el triple que el primero, determina el tanto por ciento de agua que contiene el tercer recipiente.

A) 60% B) 62,5% C) 75% D) 57,7% E) 53,5%

8. Se tiene un depósito en forma de un cono invertido el cual tiene cierto volumen de agua. Luego se observó que dicho volumen varió en 48,8% debido a que se tiene una fuga de agua en la base. Calcula en qué tanto por ciento varió el área de la superficie del agua que no está en contacto con el cono.

A) 24% B) 22,5% C) 25% D) 36% E) 37,5%

9. Con el dinero que tengo podría comprar cierto número de camisas, pero podría comprar 6 camisas más si al precio de cada camisa se le hiciera dos descuentos sucesivos del 20% y 25%. Si al precio de cada camisa solo se le hiciera un descuento del 10%, ¿cuántas camisas en total podría comprar?

A) 10 B) 12 C) 18 D) 15 E) 14

10. Una doméstica ha debido preparar 75 litros de bebida mezclando vino y agua en una relación de 5 a 1. Ella por error empleó 1 litro de agua para 5 litros de mezcla. ¿Cuánto necesitará adicionar de vino a esta mezcla para establecer la proporción deseada?

A) 13 L B) 15 L C) 17 L D) 18 L E) 19 L

11. Jorge tiene dos recipientes, uno con 100 litros de alcohol de 40° y otro con 40 litros de alcohol de 30°, y luego de 2 días se evapora el 25% del alcohol puro del primero y el 50% del alcohol puro del segundo. ¿Cuántos litros de agua se deben mezclar de lo que queda para obtener una mezcla al 25% de alcohol?

A) 28 L B) 24 L C) 23 L D) 20 L E) 26 L


Aritmética
Unidad 4

RECUERDA

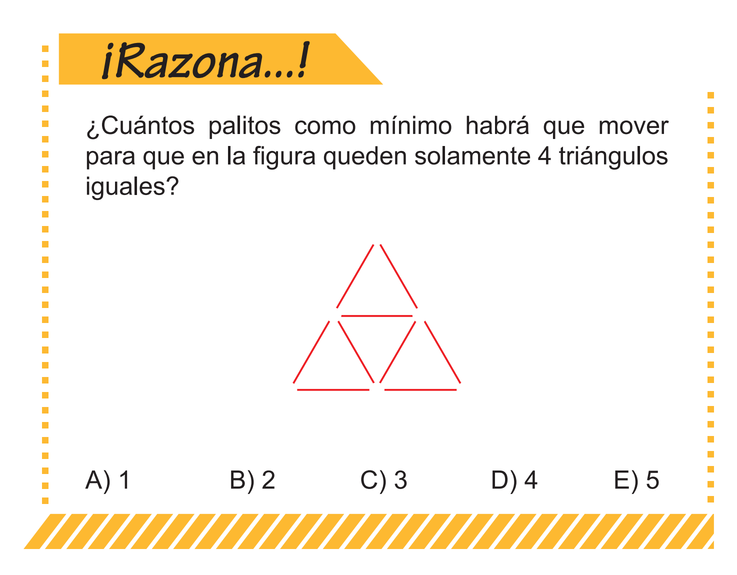
Las matemáticas durante el Renacimiento

Aunque el final del período medieval fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre los problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, y fue publicado en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano en su *Ars Magna*. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superior. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Évariste Galois a principios del siglo XIX.

También durante el siglo XVI se empezaron a utilizar los modernos signos matemáticos y algebraicos. El matemático francés François Viète llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, incluyendo a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra.

Reflexiona

- *Los problemas existen como creencias mentales de nuestro ego, que es incapaz de concebir la conciencia de nuestra mente espiritual.*
- *Si reescribes tu contrato con la realidad, tú podrás cambiar tu mente y deshacerte de todo aquello que percibes como un problema. Cambia tu actitud hacia tí mismo.*
- *Reescribe tu contrato con la realidad respecto a quien eres tú y qué eres capaz de lograr. Tus pensamientos son la fuente de prácticamente todo lo que configura tu vida.*



Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: INTERÉS

1 ¿Cuál es el capital que al 6% anual y durante 20 días ha producido un interés de S/.30?

A) S/.7000 B) S/.8000 C) S/.6000
D) S/.9000 E) S/.10 000

2 ¿Cuánto tiempo debe ser prestado un capital al 20% para que se triplique?

A) 5 años B) 8 años C) 10 años
D) 11 años E) 12 años

3 ¿Cuál es la suma que al 5% de interés simple anual se convierte en 3 años en 3174 soles?

A) S/.2700 B) S/.2750 C) S/.2760
D) S/.3000 E) S/.2800

4 Pedro depositó en un banco S/.4000 durante 3 años, siendo la tasa del 8% anual. ¿Cuánto será el interés generado?

A) S/.900 B) S/.960 C) S/.980
D) S/.800 E) S/.870

5 Se deposita un capital de S/.320 durante 1 año y 3 meses al 8% bimestral. Calcula el monto que se obtiene.

A) S/.500 B) S/.320 C) S/.400
D) S/.612 E) S/.512

6 Christian prestó 40 000 soles durante 4 años con una tasa de 10% semestral capitalizable anualmente. ¿Calcula el monto producido (en soles)?

A) 80 945 B) 81 944 C) 82 944
D) 82 955 E) 81 854

7 Un señor divide su capital en 3 partes iguales y las impone al 1% mensual, 5% trimestral y 4% semestral, respectivamente, logrando una renta anual de 10 000 soles. ¿Cuál era su capital?

A) S/.65 000 B) S/.75 000 C) S/.85 000
D) S/.90 000 E) S/.95 000

8 La diferencia entre los capitales de dos personas es S/.8000. La primera impone su dinero al 4% y la segunda al 5%, resultando iguales los intereses de ambos capitales en un año. Calcula la suma de los capitales.

A) S/.65 420 B) S/.68 000 C) S/.70 000
D) S/.72 000 E) S/.79 000

9 Se tiene un capital de S/.76 000 que se ha dividido en tres partes, colocándose la primera de ellas al 4%, la segunda al 8% y la última al 10%. Encuentra dichas cantidades sabiendo que producen el mismo interés anual. Da como respuesta la mayor de ellas.

A) S/.40 000 B) S/.42 000 C) S/.36 000
D) S/.45 000 E) S/.48 000

10 Dos capitales impuestos a interés simple, uno al 24% y el otro al 20% están en relación de 5 a 7. El segundo capital produce interés anual de S/.3620 más que el otro. Calcula el capital menor.

A) S/.126 700 B) S/.108 600 C) S/.90 500
D) S/.84 600 E) S/.946 200

11 Un capital de $72 000 es dividido en 9 partes, siendo las 8 primeras: 1/2; 1/6; 1/12; 1/20; ... ; 1/72 de dicho capital, las cuales son impuestas durante un año al 0,4% diario, y el resto se impone también durante un año al 15% mensual. Determina el monto total obtenido.

A) $150 480 B) $150 400 C) $152 400
D) $156 800 E) $178 560

12 Franco fue a comprar una cámara con S/.800 pero le faltaba el 20% de lo que tenía, por lo que depositó su dinero en un banco, luego de 3 meses regresa al banco y se da cuenta que aún le falta S/.140. ¿Cuánto tiempo (en meses) más como mínimo tiene que dejar su dinero para comprar la cámara?

A) 21 B) 19 C) 23 D) 17 E) 15

13 Si los 2/5 de un capital se imponen al 9% trimestral, y la sexta parte del resto al 16% bimestral. ¿A qué tasa mensual se debe colocar el resto, para que en el mismo tiempo genere el mismo interés que los otros dos juntos?

A) 2% B) 3% C) 4% D) 5% E) 6%

14 Un capital de 66 200 soles se presta a un interés del 10% mensual. La deuda debe ser cancelada en tres cuotas mensuales de igual monto. Considerando que el interés se aplica sobre el saldo adeudado, entonces, la cuota mensual en soles es:

A) 25 860 B) 25 890 C) 26 600
D) 26 620 E) 26 640

Claves

1. D	3. C	5. E	7. B	9. A	11. E	13. C
2. C	4. B	6. C	8. D	10. C	12. A	14. D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

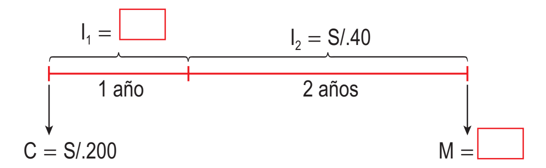
1. Relaciona según corresponda:

5% mensual	21% semestral
8% semestral	6% anual
7% bimestral	3% bimestral
18% anual	16% anual
2% cuatrimestral	15% trimestral

2. Encuentra 5 palabras que están relacionadas con interés.

A	I	N	C	A	A	E	N	R	S
S	P	M	U	N	D	O	A	E	T
T	A	I	S	O	P	E	R	U	I
C	A	P	I	T	A	L	E	M	E
P	I	C	A	N	S	E	T	E	M
C	O	M	I	I	N	T	I	M	P
A	T	H	E	U	M	S	A	O	O
O	E	N	S	E	R	E	T	N	I
S	T	A	S	A	C	A	T	T	N
A	U	N	I	U	P	C	R	O	A

3. Completa los recuadros vacíos si el capital se colocó a interés simple.



Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

La tasa siempre es anual.	
1 año comercial <> 365 días.	
21% semestral <> 14% cuatrimestral.	

5. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si r% trimestral y t en meses, entonces $I = \frac{C \times r \times t}{300}$	
II. Si r% bimestral y t en días entonces $I = \frac{C \times r \times t}{6000}$	
III. Si r% semestral y t en años, entonces $I = \frac{C \times r \times t}{1200}$	
IV. Si r% anual y t en años, entonces $I = \frac{C \times r \times t}{100}$	

Resolución de problemas

6. Calcula el interés generado por S/.3680 que se han impuesto al 30% durante 5 años.

A) S/.5530 B) S/.5520 C) S/.5460
D) S/.5350 E) S/.5250

7. ¿Cuánto tiempo debe ser prestado un capital al 20% para que se triplique?

A) 15 años B) 10 años C) 20 años
D) 30 años E) 25 años

8. Un capital de $2700 generó un interés de $225 en 1 año y 8 meses. ¿Cuál es la tasa de interés anual?

A) 5% B) 6% C) 7%
D) 8% E) 9%

9. ¿Cuál es el capital que impuesto al 15% semestral durante 5 años se convirtió en 5000 soles?

A) S/.2600 B) S/.1500 C) S/.1800
D) S/.1750 E) S/.2000

10. Calcula el interés que producirá S/.1600 depositado durante 2 años al 25% trimestral capitalizable semestralmente.

A) S/.5100 B) S/.5200 C) S/.5400
D) S/.6500 E) S/.6800

NIVEL 2

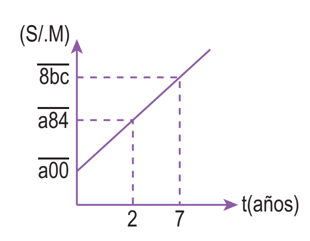
Comunicación matemática

11. Del gráfico, calcula x + y

A) 10
B) 70
C) 100
D) 50
E) 85

M (S/.)
x + 100
140
100
x
M = C + I
1 3 y t (años)

12. El gráfico corresponde al monto (M) obtenido en función al tiempo (t) a partir de un cierto capital impuesto a interés simple con una tasa de r% anual.
Calcula: a + b + c + r



A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Razonamiento y demostración

13. Si la tasa y el tiempo (en años) son las raíces de la ecuación:
$x^2 - \overline{mn}x + 156 = 0$
Además: I = S/.$\overline{abc}$ y C = S/.$\overline{d2d}$

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponde:

I. $\overline{ab}_{(c)} = 73$	
II. $CD(\overline{ab}) = 4$	
III. $(m + n)^{b-1} = 64$	

14. Demuestra que la tasa a la que se impone un capital (C) durante un tiempo (t) para generar un monto (M) es:

$r\% = \frac{1}{t}\left(\frac{M}{C} - 1\right)$

Resolución de problemas

15. Dos capitales cuya suma y diferencia están en la relación de 79 a 19, son colocados: el primero al 3% y el segundo 36 días antes a una tasa de 3,5%. Determina el tiempo de imposición del primero, para producir una misma ganancia.

A) 90 días B) 50 días C) 87 días
D) 93 días E) 79 días

16. Determina el tiempo al que fue impuesto un capital a una tasa del 60%, sabiendo que el capital, interés y monto más capital forman una proporción geométrica continua, donde la media proporcional es el interés.

A) 35 meses B) 37 meses C) 38 meses
D) 39 meses E) 40 meses

17. Un capital de $\$\overline{abc00}$ es colocado durante 10 meses a una tasa de 9,6%; siendo el monto, interés y capital proporcionales a 27, b y c^2. Halla a + b + c, si se sabe además que el monto fue $\$\overline{a(b+c)c00}$.

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

18. Dos capitales en la relación de 8 a 9 son colocados, al 2% cuatrimestral y trimestral, respectivamente, se obtuvo un monto de S/.2875, al cabo de 5 años. Halla el monto producido por los 2 capitales juntos al 5% trimestral capitalizable anualmente durante 2 años.

A) S/.3060 B) S/.2980 C) S/.3150
D) S/.2840 E) S/.3080

19. Pamela deposita una cierta cantidad de dinero al 10% de interés compuesto capitalizable anualmente, durante 3 años. Al retirar dicho monto observa que hubiera obtenido S/.269 más si lo depositaba a interés simple, que le pagaban 5% trimestral en el mismo tiempo. Calcula la ganancia de Pamela.

A) S/.792 B) S/.780 C) S/.770
D) S/.830 E) S/.331

20. Se impone un capital C a interés simple de la siguiente manera: el primer mes al 5% mensual, el segundo mes al 6% mensual y así sucesivamente durante n meses. Halla n si al cabo de ese tiempo se produjo un interés que es igual al 45% del capital C.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Completa los recuadros vacíos:

I. ☐ $= 400(1 + 10\%)^2$

II. $135 =$ ☐ $(1 + 50\%)^3$

III. $7776 = 3125(1 + 20\%)^{☐}$

22. Completa la siguiente tabla:

C	r (anual)	t (años)	I	M
S/.200	20	4		
S/.400		5		S/.500
	2		S/.10	S/.110

Razonamiento y demostración

23. Si r (anual), t (en años), I y C están en PG, calcula C.
I. r = 5
II. k = 2

A) El dato I es suficiente y el II no lo es.
B) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
C) Es necesario utilizar I y II conjuntamente
D) Cada uno de los datos, por separado, es suficiente.
E) Se necesitan más datos.

24. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

Sabiendo que S/.$\overline{mnp}$ genera un interés de S/.$\overline{ab}$ a una tasa r y durante un tiempo t.

I. Si $\overline{ab}$ = mínimo $\overset{\circ}{3}$ y r, t y r + t son los menores primos, entonces m + n + p = $\overset{\circ}{2}$	
II. Si r = 2a; t = b y $\overline{mnp}$ es el mínimo número de 3 cifras, entonces: a + b + m = 11	
III. Si t; r; $\overline{ab}$ y $\overline{mnp}$ están en PA y $\overline{ab}$ < 43, entonces a + p = 9	

Razonamiento y demostración

25. Un cierto capital se impone a un plazo fijo de t meses al r% anual de interés simple y cuando ha transcurrido un tiempo igual al 60% del tiempo que falta, la tasa aumenta un 20% de su valor, obteniéndose una tasa efectiva que es x% mayor que r. Halla el valor de x.

A) 10,5 B) 11 C) 12
D) 12,5 E) 15

26. Se tienen S/.306 000, se divide en tres partes proporcionales a los números a; b y c, las cuales al ser colocadas a las tasas de (a + 1)%; (b + 2)% y (c + 3)%, en ese orden, al cabo de un año generan montos proporcionales a a^2, b^2 y c^2, respectivamente. Halla la mayor de las partes en que fue dividida la cantidad inicial.

A) S/.100 500 B) S/.102 000 C) S/.103 000
D) S/.106 000 E) S/.110 000

27. Hace 3 años, José le prestó a Juan cierta cantidad de dinero al 10% capitalizable anualmente. Para obtener una ganancia, Juan el mismo día que recibió el dinero lo depositó en una financiera que le pagaba el 5% trimestral capitalizable anualmente. Si hoy al devolver el dinero Juan ha obtenido de ganancia S/.2779. Determina el capital prestado.

A) S/.7100 B) S/.7000 C) S/.6850
D) S/.6900 E) S/.7250

28. Dionisio se presta $42 000 al 10% de interés mensual sobre el saldo deudor de cada mes. El primer y segundo mes no se amortiza nada, pero el tercer y cuarto mes se paga una misma cantidad igual a $N. Halla N para que la deuda quede cancelada al cuarto mes; dar la suma de sus cifras.

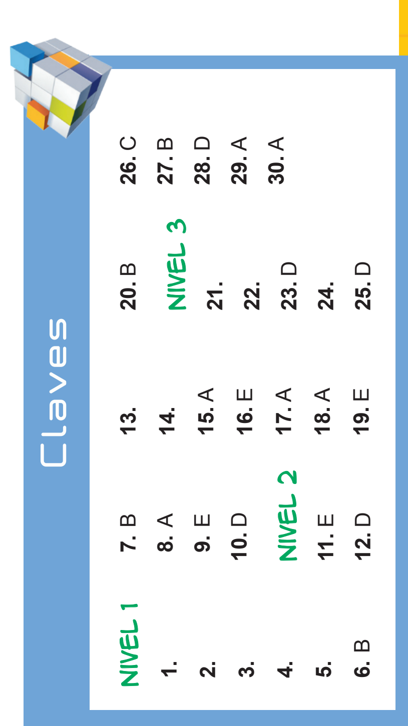
A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

29. Un capital de S/.66 000 fue impuesto durante cierto número de años, meses y días. Por los años se cobró el 70%, por los meses el 48% anual y por los días el 27% anual. Determina la utilidad producida por este capital, sabiendo que si se hubiera impuesto todo el tiempo al 60% hubiera producido S/.25 300 más que si se hubiera impuesto todo el tiempo al 30%.

A) S/.54 615 B) S/.52 817 C) S/.55 723
D) S/.56 418 E) S/.53 517

30. Dos capitales están en la relación de 5 a 8; si al primero se le impone al 20% semestral durante 1 año y 6 meses y el segundo al 25% cuatrimestral durante 1 año y 4 meses; se observa que el monto total obtenido excede al capital total en S/.1375. Calcula el monto que se obtendrá, si todo el capital se impone al 40% semestral durante 9 meses capitalizable trimestralmente.

A) S/.2808 B) S/.2088 C) S/.2750
D) S/.2920 E) S.3010



Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: ESTADÍSTICA

1 Dados los siguientes datos:
9; 9; 10; 10; 11; 12; 13; 14; 14; 14; 16; 20
Halla: $M_e + M_o$

A) 26 B) 26,5 C) 27,5
D) 28 E) 25

2 Se tiene la cantidad de alumnos que asistieron a un aula de clase en los últimos 6 días: 26; 20; 21; 30; 25; 21. Halla su mediana.

A) 23 B) 21 C) 20
D) 24 E) 25

3 Calcula: a + b + c + d + e + f

I_i	x_i	f_i	F_i
[51; 〉	c	6	e
[a; 〉		12	18
[; b〉		f	40
[; 91]	d	10	50

A) 306 B) 216 C) 180
D) 288 E) 312

4 Determina la mediana en la siguiente distribución de frecuencia:

I_i	[6; 16〉	[16; 26〉	[26; 36〉	[36; 46〉	[46; 56]
f_i	10	16	20	9	5

A) 20 B) 24 C) 25
D) 28 E) 36

5 Dada la siguiente distribución de frecuencias:

I_i	[10; 24〉	[24; 38〉	[38; 52〉	[52; 66]
f_i	14	26	24	16

Halla la media aritmética.

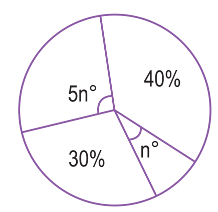
A) 38,35 B) 64,56 C) 57,36
D) 35,38 E) 75,28

6 Dada la siguiente distribución de frecuencias, determina la moda.

I_i	[26; 34〉	[34; 42〉	[42; 50〉	[50; 58〉	[58; 66]
f_i	16	25	29	23	10

A) 40 B) 27 C) 45
D) 52,2 E) 45,2

7 Halla el valor de n:



A) 10 B) 18 C) 40
D) 36 E) 30

8 De las edades de 4 personas, se sabe que la media es igual a 24 años, la mediana es 23 y la moda es 22. La mayor de las edades es:

A) 23 B) 24 C) 25
D) 27 E) 28

9 En una encuesta sobre los ingresos en miles de soles, de un grupo de familias, se obtuvo la siguiente información.

I_i	X_i	f_i
[1; 3⟩		20
[3; 5⟩		
[5; 7⟩		
[7; 9]		20

Además:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{X_i f_i}{n} = 5,4; \quad \frac{f_2}{f_3} = \frac{1}{5}$$

¿Cuántas familias tienen ingresos no menos de 5 mil soles?

A) 50 B) 80 C) 70 D) 85 E) 75

10 Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias y halla: $f_2 + h_1$

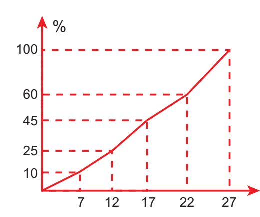
I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[30; 50⟩		18		
[50; 70⟩				0,30
[70; 90⟩	27			
[90; 110⟩			0,40	

A) 9,2 B) 22,2 C) 5,2
D) 30,5 E) 24,3

11 De una central telefónica salieron 70 llamadas de menos de 3 minutos, promediando 2,3 minutos; 40 llamadas de menos de 10 minutos pero no menor de 3 minutos, promediando 6,4 minutos; y 10 llamadas de al menos 10 minutos promediando 15 minutos. Calcula la duración promedio de todas las llamadas.

A) 4,525 min B) 4,625 min
C) 4,725 min D) 4,825 min
E) 4,925 min

12 El siguiente cuadro muestra la ojiva de la frecuencia relativa acumulada de las edades de cierto número de personas. ¿Qué porcentaje de personas son mayores de edad y menores de 23 años?



A) 18% B) 19% C) 20% D) 21% E) 22%

13 De la siguiente tabla de frecuencias, calcula qué porcentaje de personas tiene por lo menos 20 años, sabiendo que hay tantas personas de por lo menos 25 años y menos de 30 años como personas de por lo menos 30 años pero menos de 40 años.

I_i	x_i	f_i	F_i	H_i
[5; 15⟩		3k		
[15; 20⟩			5k	
[20; 25⟩		5k		
[25; 30⟩				
[30; 40⟩			14k	
[40; 45]		k		

A) $55,\widehat{5}\,\%$
B) $66,\widehat{6}\%$
C) $77,\widehat{7}\,\%$
D) 88,8%
E) $44,\widehat{4}\,\%$

14 Completa el siguiente cuadro, si tiene ancho de clase común.

I_i	X_i	f_i	h_i	H_i
[30; 50⟩		a	0,20	
[; ⟩	b	20		
[c ; ⟩				0,90
[;]			d	
Total		50		

Calcula la mediana.

A) 60 B) 50 C) 65 D) 55 E) 70

Claves

1. B 3. E 5. A 7. B 9. C 11. C 13. B
2. A 4. D 6. E 8. E 10. A 12. C 14. C

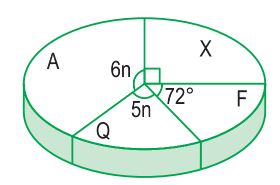
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. El siguiente gráfico muestra las preferencias de un grupo de N alumnos sobre los cursos de Aritmética (A), Álgebra (X), Física (F) y Química (Q). ¿Cuántos prefieren Aritmética si los que prefieren Álgebra son 100 personas?



A) 140 B) 120 C) 180
D) 150 E) 130

2. Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias y calcula: $f_1 + f_3 + F_3$

Intervalos	f_i	F_i	$h_i \times 100\%$	$H_i \times 100\%$
[24; 34⟩			8%	
[; ⟩				40%
[; 54⟩	42			
[; 64]	18			
Total				

A) 130 B) 132 C) 134
D) 136 E) 138

3. Dada la siguiente distribución de frecuencia, halla: $f_1 + f_3 + F_4$

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[10; 20⟩			0,1	
[20; 30⟩				
[30; 40⟩	24		0,3	
[40; 50⟩	30			0,85
[50; 60]				

A) 95 B) 97 C) 98
D) 100 E) 101

Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. La moda de: 1; 8; 2; 6; 2; 3; 4 es 2. ( )

II. La mediana de: 16; 7; 5; 6; 7; 8; 7 es 7. ( )

III. La varianza de: 11; 9; 1; 3; 7; 5 es: 46,1 ( )

IV. La media de: 6; 4; 5; 6; 11; 8; 9 es 7. ( )

5. Dado un conjunto de datos, se puede afirmar siempre que:

I. $Mo < Me < \bar{x}$

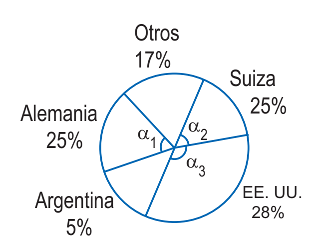
II. $\bar{x} < Me < Mo$

III. $Me = \bar{x} = Mo$

A) I y II B) I y III C) Ninguna
D) Solo III E) Solo II

Resolución de problemas

Enunciado para los problemas (6-8)



El gráfico muestra los países en los cuales Bill Gates deposita su dinero.
Monto total de depósitos: 800 millones de dólares.

6. ¿Cuánto dinero fue depositado en Suiza?

A) \$150 millones B) \$250 millones
C) \$180 millones D) \$200 millones
E) \$400 millones

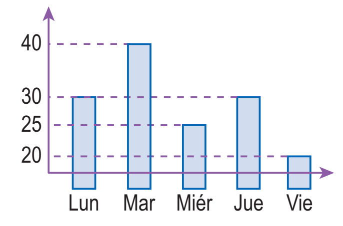
7. Calcula: $\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3$

A) 80° B) 60° C) 64°
D) 79,2° E) 76,4°

8. ¿Qué ángulo le corresponde al dinero depositado en Argentina?

A) 10° B) 20° C) 18°
D) 15° E) 28°

Enunciado para los problemas (9–11)
En el siguiente diagrama muestra el número de alumnos que llegaron tarde durante la semana.



9. ¿Cuántas tardanzas se registraron en toda la semana?

A) 145 B) 130 C) 125
D) 150 E) 90

10. El número de tardanzas del martes, con respecto al día miércoles. ¿En qué porcentaje es mayor?

A) 20% B) 45,5% C) 39%
D) 37,5% E) 40%

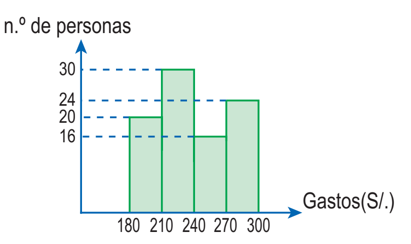
11. El número de tardanzas del jueves, con respecto al día miércoles, ¿en qué porcentaje es mayor?

A) 19% B) 16,7% C) 15%
D) 20% E) 30,7%

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. El siguiente diagrama de barras nos muestra los resultados, de los gastos de personas, realizados por una encuestadora.



¿Cuántas personas gastan desde S/.192 hasta S/.280?

A) 60 B) 59 C) 82
D) 70 E) 66

13. En la siguiente tabla de distribución simétrica se observa:

I_i	f_i	F_i
[200; 〉		13
[; 〉		
[; 〉		
[;1000]		

Además: $f_3 = 8$
Calcula la media.

A) 680 B) 700 C) 600
D) 500 E) 550

Razonamiento y demostración

14. Sean:
$R = \{6; 4; 10; 14, 11; 8; 17\}$
$A = \{x + 5 / x \in R\}$
$B = \{2x + 1 / x \in R\}$

Se puede afirmar:

I. Los datos en A y R tienen igual mediana.
II. Los datos en B y R tienen igual varianza.
III. $\bar{x}_R < \bar{x}_A < \bar{x}_B$

A) Solo II B) Solo III C) Solo I
D) I y II E) Todas

15. Dada la siguiente información:
En una distribución de frecuencias con 6 intervalos de ancho de clase común, las marcas de clase del segundo y sexto intervalo son 40 y 120, respectivamente.
Se sabe que:
$F_6 = 100$; $h_4 = 0,26$; $h_6 = h_1$; $h_3 = h_5 = h_6 + 0,09$; $h_2 + h_6 = h_4$.

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponde:

I. $f_1 + f_3 = 29$ ( )
II. $(f_3 - f_5)^{2014} - (f_1 - f_6)^{2014} = \overset{\circ}{4} + 1$ ( )
III. $h_3 + x_1 + F_3 = 62,1$ ( )

Resolución de problemas

Enunciado para los problemas (16 - 18)
La muestra de 20 notas de alumnos de un colegio en el curso de Aritmética fueron:

15; 16; 12; 10; 7; 11; 2; 8; 4; 3
14; 13; 13; 10; 9; 9; 6; 10; 11; 7

16. La moda de la muestra es:

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 16

17. La mediana es:

A) 9 B) 9,5 C) 9,8
D) 10 E) 10,5

18. La media es:

A) 9,5 B) 10,2 C) 10,5
D) 10 E) 10,8

19. Las velocidades de 4 autos en km/h fueron: 20; 22; 22; 23.
Halla la varianza.

A) 1,1875 B) 1,5 C) 1,205
D) 2,05 E) 2,725

20. La familia Mendieta tiene 6 hijos, de los cuales 3 son trillizos y 2 mellizos y uno menor de 6 años. Si al calcular la media, mediana y moda de estas edades resultaron 10; 11 y 12, respectivamente. Halla la diferencia entre la máxima y mínima edad.

A) 10 B) 6 C) 8
D) 7 E) 9

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. En una encuesta sobre ingresos anuales de un grupo de familias, se obtuvo la siguiente información:

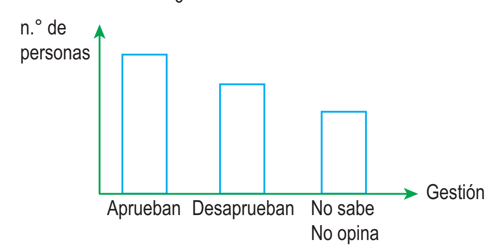
I_i	x_i	f_i
[200; 〉		10
[; 〉		
[; 〉		
[; 1000]		10

Además: $\bar{x} = 580$, $\frac{f_2}{5} = \frac{f_3}{3}$ y ancho de clase común.

Calcula el número de familias con un ingreso entre 480 y 760.

A) 50 B) 60 C) 72
D) 54 E) 65

22. Se muestra un gráfico acerca de la aprobación de la gestión presidencial.
Se sabe que: $h_2 = 5h_3$; $f_1 - f_2 = 80$; $f_1 - f_3 = 160$.
Si el tamaño de la muestra es n y el x% aprueban al presidente, calcula: $n + x + 60h_3$



A) 318 B) 322 C) 336
D) 350 E) 364

Razonamiento y demostración

23. Se tienen los siguientes datos de una tabla de frecuencia de 5 intervalos de ancho de clase común, $\frac{f_1}{2} = \frac{f_2}{3} = \frac{f_5}{6} = 5$; $h_3 = 0{,}20 \wedge H_4 = 0{,}70$. Además, los límites inferiores del intervalo 2 y 4 son 20 y 44, respectivamente.

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $x_5 + f_4 = \overline{ab}$, entonces $a + b = \overset{\circ}{3}$ ( )

II. $CD(X_4) = 8$ ( )

III. Si $f_1h_1f_5h_5 = a^b$, $a, b \in \mathbb{Z}^+$, entonces: $x_5 + a.b = \overset{\circ}{37}$ ( )

24. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. En una distribución simétrica, la media, la mediana y la moda siempre coinciden. ( )

II. Si a los datos se les multiplica por $a \in \mathbb{Z}^+$, la varianza queda multiplicada por a. ( )

III. Si a los datos se les adiciona $a \in \mathbb{Z}^+$, entonces la media no varía. ( )

IV. Si $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq ... \leq a_6 \leq a_7$ son números de dos cifras tal que $\bar{x} = 142/7$; Me = 27 $\wedge$ Mo = 28 (única moda) entonces a_2 es primo. ( )

Resolución de problemas

25. En una distribución de 5 intervalos de ancho de clase común $x_2 = 300$ y $x_4 = 420$. Determina el límite superior del cuarto intervalo.

A) 400 B) 380 C) 450
D) 420 E) 655

26. Se tiene cuatro cantidades positivas donde su mediana es 8, su media es 7 y su moda es 8. Determina el producto de dichas cantidades si es mínimo.

A 709 B) 690 C) 820
D) 700 E) 704

27. Al averiguar el número de hijos de 20 familias, se obtuvo los siguientes datos: 3; 2; 5; 0; 1; 3; 2; 1; 0; 1; 3; 4; 2; 4; 4; 3; 4; 3; 2; 3. Determina ¿qué porcentaje de familias tiene dos hijos o más pero menos de cuatro?

A) 25% B) 40% C) 50%
D) 70% E) 60%

28. En una tabla de distribución de frecuencia de 4 intervalos se observa que: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}$ y $\frac{h_2}{h_3} = \frac{3}{5}$

Y el total de datos es 60. Calcula: $f_1 + f_4$
Además: $f_4 < f_3$

A) 15 B) 20 C) 12
D) 18 E) 25

29. En un cuadro de distribución de 4 intervalos de igual ancho de clase se sabe que: $x_1 = 12$, $x_3 = 28$, $f_2 = 45$, $h_1 = h_3 = 0{,}25$. Si en total hay 120 datos. Calcula su $\bar{x}$.

A) 18 B) 22 C) 12
D) 10 E) 15

Claves

NIVEL 1	**7.** D	**13.** C	**20.** C	**26.** E
1.	**8.** C	**14.** B	**NIVEL 3**	**27.** C
2. B	**9.** A	**15.**	**21.** D	**28.** C
3. D	**10.** D	**16.** A	**22.** E	**29.** B
4.	**11.** B	**17.** D	**23.**	
5.	**NIVEL 2**	**18.** A	**24.**	
6. D	**12.** E	**19.** A	**25.** C	

Aplicamos lo aprendido

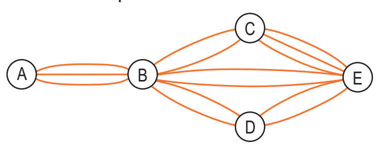


TEMA 3: TEORÍA COMBINATORIA

1 Si se lanzan tres monedas sobre una mesa, de todos los ordenamientos posibles, ¿cuántos presentan dos caras y un sello?

A) 3 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

2 En la figura cada línea representa un camino. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de la ciudad A hacia la ciudad E sin retroceder?



A) 14 B) 36 C) 48 D) 60 E) 24

3 ¿Cuántos números de la forma

$\overline{(a+4)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{n+1}{5}\right)(4-n)(4-n)}$ existen?

A) 2 B) 4 C) 12 D) 5 E) 6

4 ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con los dígitos 2; 4; 6 y 8?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 256 E) 38

5 ¿Cuántas placas de automóviles pueden hacerse, si cada placa consta de dos letras diferentes seguidas de tres dígitos diferentes? (considera 26 letras del alfabeto)

A) 676 000 B) 936 000 C) 642 000
D) 468 000 E) 234 000

6 ¿Cuántas señales diferentes pueden hacerse izando 5 banderas de diferentes colores una sobre otra, si pueden izarse cualquier número de ellas a la vez?

A) 325 B) 360 C) 203 D) 225 E) 240

7 ¿Cuántos resultados posibles se puede obtener en el lanzamiento simultáneo de 5 monedas y 3 dados legales?

A) 6934 B) 6912 C) 6780 D) 6512 E) 6936

8 Se quieren sentar 5 hombres y 4 mujeres en una fila de modo que las mujeres ocupan los sitios pares. ¿De cuántas formas pueden sentarse?

A) 51 840 B) 2880 C) 144 D) 120 E) 24

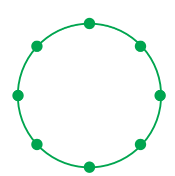
9 ¿Cuántas ordenaciones diferentes pueden formarse con todas las letras de la expresión $a^3b^2c^4$ cuando está desarrollada?

A) 1260 B) 252 C) 522 D) 440 E) 4320

10 ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar 10 personas en una mesa redonda de 6 asientos, si 4 están en espera?

A) 2520 B) 12 000 C) 25 200 D) 101 E) 151

11 En la figura se han marcado ocho partes equidistantes sobre la circunferencia de un círculo dado.
¿Cuántos cuadriláteros diferentes podemos inscribir en el círculo usando los vértices marcados?



A) 210 B) 1680 C) 15 D) 56 E) 70

12 Un centro comercial va a ser supervisado por 12 miembros de la SUNAT, repartidos en grupos de supervisión que tienen 4, 5 y 3 integrantes. ¿De cuántas maneras se puede realizar dicha supervisión?

A) 27 720 B) 27 730 C) 26 720
D) 27 700 E) 26 700

13 Sabemos que la potencia se define:
$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ veces}}$, $a^0 = 1$ Halla su forma recursiva.

A) $2 \times a^{n-2}$ B) $2 \times a^{n-1}$ C) a^{n-1}
D) $a \times a^{n-1}$ E) $a \times a^{n-2}$

14 Halla el t_{40} en la sucesión:
$-2;\ 7;\ 22;\ 43;\ 70;\ 103;\ \ldots$

A) 4750 B) 4785 C) 4790 D) 4795 E) 4800

Claves

1. A	3. E	5. D	7. B	9. A	11. E	13. D
2. B	4. D	6. A	8. B	10. C	12. A	14. D



Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Halla la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

En una combinación sí nos importa el orden en que son agrupados los elementos de un conjunto dado.	
Una variación es lo mismo que una combinación solo que tomando todos los elementos del conjunto.	
En una permutación no nos importa el orden de los elementos.	
$C_n^m . P_n = V_n^m$	
Todas las funciones recursivas tienen un solo caso base.	

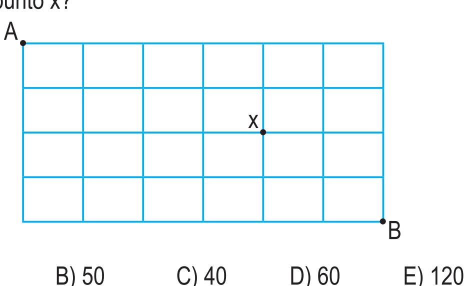
2. Si los dígitos 3; 5; 7; 8 y 9 se colocan en los cuadros de la expresión:



¿Cuántos resultados se obtendrán?

A) 120 B) 30 C) 60 D) C_3^5 E) P_3

3. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir desde el punto A hacia el punto B sin retroceder en ningún momento y sin pasar por el punto x?



A) 70 B) 50 C) 40 D) 60 E) 120

Razonamiento y demostración

4. Demuestra la propiedad:

$$C_n^m = C_{m-n}^m$$

5. Usando los conceptos, demuestra la siguiente igualdad:

$$C_n^m \times P_n = V_n^m$$

Resolución de problemas

6. ¿Cuántas palabras adicionales con sentido o no, se pueden formar con las letras de la palabra CALCULADORA?
Indica la suma de cifras del resultado.

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 18

7. ¿Cuántos comités de 3 miembros se pueden elegir entre 8 personas?

A) 24 B) 11 C) 8 D) 56 E) 210

8. ¿Cuál es el número de permutaciones de las de letras la palabra NENA?

A) 8 B) 12 C) 24 D) 36 E) 120

9. Tenemos una urna con 7 bolas numeradas. ¿De cuántas maneras podemos sacar primero 2 bolas, luego 3 y finalmente 2?

A) 24 B) 84 C) 168 D) 180 E) 210

10. ¿De cuántas maneras se pueden elegir dos o más corbatas entre una colección de 8 corbatas?

A) 240 B) 247 C) 120
D) 720 E) 40 320

NIVEL 2

Comunicación matemática

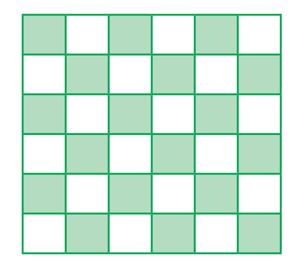
11. Un esquiador quiere tener el recorrido más largo posible en una montaña. Si el esquiador solo puede descender en altitud y en forma recta (no en diagonal), ayúdalo a obtener el recorrido máximo en la siguiente montaña de alturas:

1	3	5	7	9
2	9	11	15	16
3	4	6	17	13
21	8	12	19	20

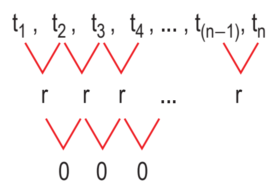
12. Halla cuantas jugadas posibles se pueden hacer en la primera jugada de una partida de ajedrez.
En ajedrez se entiende por primera jugada a dos movimientos, uno del blanco y la respuesta del negro.

Razonamiento y demostración

13. En el siguiente cuadrado de 36 casillas, ¿de cuántas maneras diferentes se puede escoger una casilla blanca y una verde, de tal manera que no estén en la misma horizontal y vertical?



14. Demuestra la fórmula para la formación del polinomio en una sucesión con una sola diferencia finita.



Resolución de problemas

15. Se tiene un pentágono regular en cuyos vértices se tienen 3 focos (rojo, azul y verde) y solo se enciende un foco. ¿Cuántas señales diferentes se pueden observar si se encienden al menos 2 vértices?

A) 1008 B) 1220 C) 1324 D) 3421 E) 4252

16. Dos parejas de esposos ingresan a una dulcería donde se ofrecen 7 clases de dulces. Si luego de comprar cada persona un dulce diferente, se ubican en una banca de 4 asientos. ¿De cuántas maneras se podrán tomar fotos distintas (teniendo en cuenta la posición y el dulce que consumen), si los esposos van juntos?

A) 280 B) 560 C) 720 D) 1420 E) 19 208

17. De 6 varones y 5 chicas se desea seleccionar un comité de 4 personas. ¿De cuántas formas podrá hacerse dicha colección, si deben integrarlo al menos 2 chicas?

A) 80 B) 120 C) 180 D) 215 E) 210

18. Eva María tiene 2 pares de zapatos diferentes, 3 pantalones diferentes y 4 blusas también diferentes. ¿Cuántos días como mínimo deberá repetir su forma de vestir durante el mes de noviembre?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

19. Se tienen 6 parejas de casados los cuales asistieron a una reunión social. ¿De cuántas maneras puede formarse una pareja de baile, tal que no sean esposos?

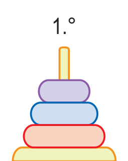
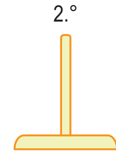
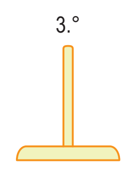
A) 45 B) 30 C) 55 D) 58 E) 60

NIVEL 3

Comunicación matemática

20. Analiza el conocido juego de las Torres Hunoi y encuentra la función recursiva que da solución al juego.

1.° 2.° 3.°

Recuerda que el juego consiste en pasar todos los discos al tercer lugar, con la restricción de que nunca un disco más grande puede estar encima de uno más pequeño. Pueden ser n discos.

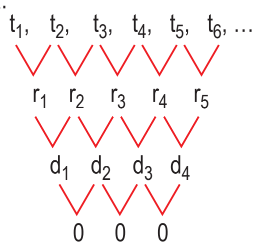
21. Analiza el siguiente problema, resuélvelo usando combinaciones y principio suma, luego resuélvelo con variaciones con repetición. Compara las soluciones.

Un niño tiene cuatro coches de colores diferentes (azul, blanco, verde y rojo) y decide regalárselos a sus hermanos Fernando, Luis y Teresa. ¿De cuántas maneras diferentes puede regalar los coches a sus hermanos?

Razonamiento y demostración

22. En una sucesión con dos diferencias, demuestra la fórmula que define al polinomio.

Toma el esquema:



23. Demuestra la relación de Pascal:

$$C^m_n = C^{m-1}_{n-1} + C^{m-1}_n, 1 \le n \le m-1$$

Resolución de problemas

24. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 5 libros en un estante con capacidad para 5 libros?

A) 24 B) 120 C) 720 D) 30 E) 144

25. Para ir del local de Wilson al de San Felipe se tiene 4 líneas de ómnibus, 6 líneas de *coaster* y 5 líneas de microbús. ¿De cuántas formas distintas se puede realizar dicho recorrido en alguna de estas líneas?

A) 13 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

26. Si Maribel tiene 5 faldas que combinan con 3 blusas y también 9 pantalones que hacen juego con 6 polos diferentes. ¿De cuántas maneras distintas podrá vestirse?

A) 50 B) 62 C) 65 D) 69 E) 72

27. Se tienen 3 obras: la primera obra consta de 3 tomos, la segunda de 4 tomos y la tercera de 1 tomo. Se quiere colocarlas en una misma fila de un estante, de tal manera que los libros de la misma obra se coloquen juntos. ¿De cuántas formas pueden ubicarse?

A) 144 B) 288 C) 432 D) 720 E) 864

28. En un estante hay 5 libros de Aritmética y 7 libros de Geometría. ¿De cuántas maneras diferentes se puede coger un libro de Aritmética y otro de Geometría?

A) 35 B) 12 C) 25 D) 30 E) 40

Claves

NIVEL 1
1.
2. C
3. E
4.
5.
6. E
7. D
8. B
9. E
10. B

NIVEL 2
11.
12.
13.
14.
15. A
16. E
17. D
18. C
19. B

NIVEL 3
20.
21.
22.
23.
24. B
25. B
26. D
27. E
28. A

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: PROBABILIDAD

1 Una urna tiene 5 fichas verdes y 4 rojas. Si se extraen 3 al azar, calcula la probabilidad de que solo 2 sean verdes.

A) 9/14 B) 1/6 C) 11/21 D) 10/21 E) 3/7

2 Se mezclan 5 monedas falsas con 9 auténticas. Si se selecciona al azar una moneda, ¿cuál es la probabilidad de que sea falsa?

A) 5/14 B) 9/14 C) 1/ D) 1 E) 4/14

3 Si se lanzan 2 dados, calcula la probabilidad de que ocurra que la suma del número de puntos mostrados en las caras superiores sea 11.

A) 1/36 B) 1/18 C) 1/9 D) 1 E) 4/14

4 En una urna se tienen 10 bolillas numeradas del 1 al 10. Si se extraen 3 bolillas y se ve el número obtenido, calcula la probabilidad de que todos los números sean pares.

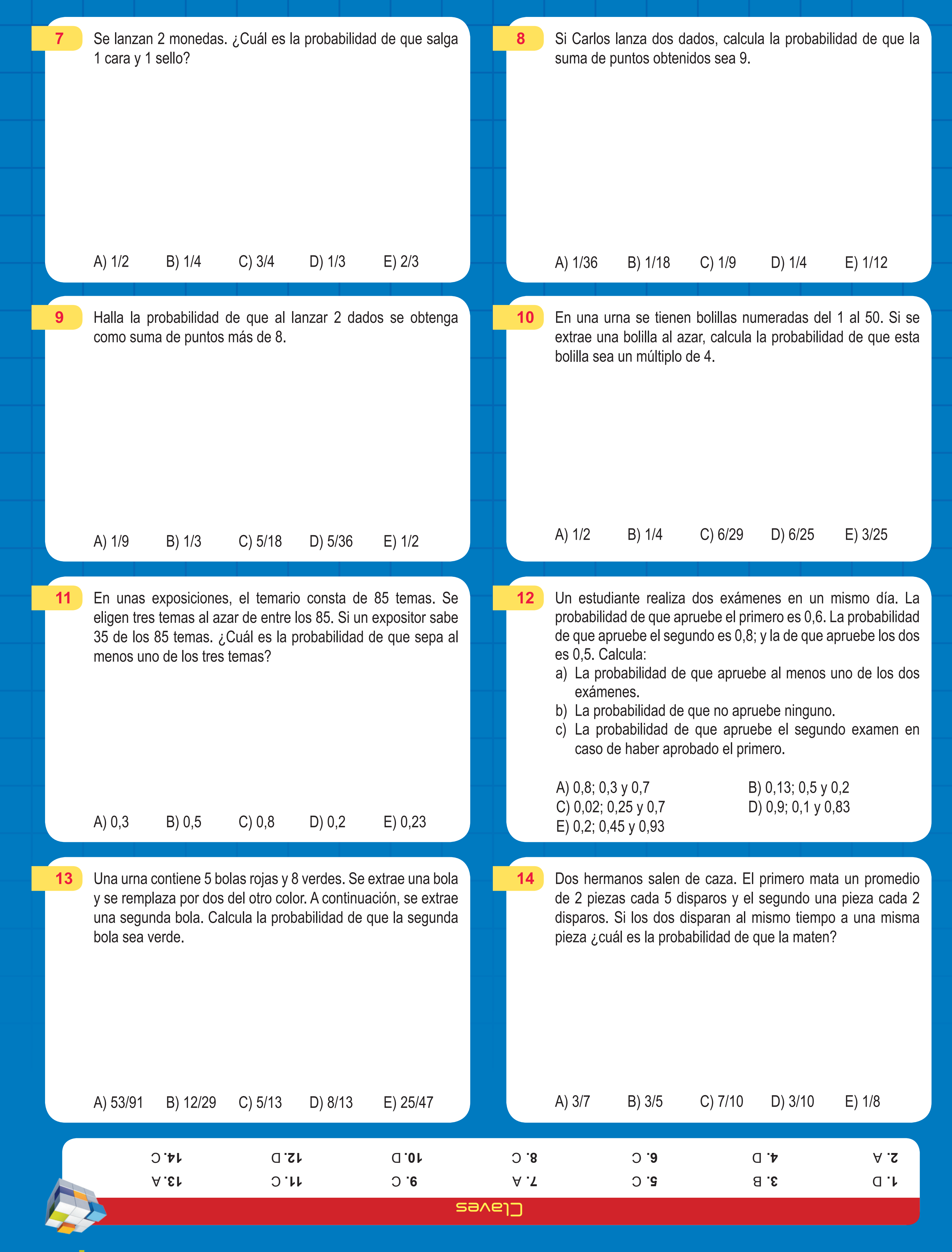
A) 1/10 B) 1/2 C) 1/5 D) 1/12 E) 1/6

5 En una caja se tiene 15 focos, de los cuales 5 están defectuosos. Si Juan extrajo 3 focos al azar, calcula la probabilidad que por lo menos uno esté defectuoso.

A) 24/91 B) 34/91 C) 67/91 D) 67/90 E) 57/90

6 Ocho parejas de casados se encuentran en una reunión. Si se escogen 2 personas al azar, calcula la probabilidad de que estas personas sean esposos.

A) 7/30 B) 5/18 C) 1/5 D) 7/40 E) 2/15



7 Se lanzan 2 monedas. ¿Cuál es la probabilidad de que salga 1 cara y 1 sello?

A) 1/2 B) 1/4 C) 3/4 D) 1/3 E) 2/3

8 Si Carlos lanza dos dados, calcula la probabilidad de que la suma de puntos obtenidos sea 9.

A) 1/36 B) 1/18 C) 1/9 D) 1/4 E) 1/12

9 Halla la probabilidad de que al lanzar 2 dados se obtenga como suma de puntos más de 8.

A) 1/9 B) 1/3 C) 5/18 D) 5/36 E) 1/2

10 En una urna se tienen bolillas numeradas del 1 al 50. Si se extrae una bolilla al azar, calcula la probabilidad de que esta bolilla sea un múltiplo de 4.

A) 1/2 B) 1/4 C) 6/29 D) 6/25 E) 3/25

11 En unas exposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85. Si un expositor sabe 35 de los 85 temas. ¿Cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas?

A) 0,3 B) 0,5 C) 0,8 D) 0,2 E) 0,23

12 Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0,6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0,8; y la de que apruebe los dos es 0,5. Calcula:

a) La probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes.
b) La probabilidad de que no apruebe ninguno.
c) La probabilidad de que apruebe el segundo examen en caso de haber aprobado el primero.

A) 0,8; 0,3 y 0,7 B) 0,13; 0,5 y 0,2
C) 0,02; 0,25 y 0,7 D) 0,9; 0,1 y 0,83
E) 0,2; 0,45 y 0,93

13 Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se remplaza por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Calcula la probabilidad de que la segunda bola sea verde.

A) 53/91 B) 12/29 C) 5/13 D) 8/13 E) 25/47

14 Dos hermanos salen de caza. El primero mata un promedio de 2 piezas cada 5 disparos y el segundo una pieza cada 2 disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo a una misma pieza ¿cuál es la probabilidad de que la maten?

A) 3/7 B) 3/5 C) 7/10 D) 3/10 E) 1/8

Claves

1. D	3. B	5. C	7. A	9. C	11. C	13. A
2. A	4. D	6. C	8. C	10. D	12. D	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Usando el diagrama de árbol, determina el espacio muestral del experimento que consiste en lanzar una moneda hasta que salgan 2 sellos o tres caras.

2. Determina la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Un evento es lo mismo que un espacio muestral.	
Un espacio muestral es el conjunto de todas las posibilidades de un experimento.	
Siendo Ω un espacio muestral, entonces $P(\Omega) = 1$.	
Si $\varnothing$ es el conjunto vacío, entonces $P(\varnothing) = 1$.	
Dado un evento A, se cumple que $P(A^C) = 1 - P(A)$.	

Razonamiento y demostración

3. Usando conjuntos, demuestra la propiedad:
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

4. Comprueba la propiedad anterior con el experimento de lanzar un dado. El evento A está formado por los números pares, el evento B son los números mayores que 3.

Resolución de problemas

5. Calcula la probabilidad de que al arrojar al aire tres monedas, se obtenga dos caras y un sello.

A) 1/8 B) 3/8 C) 1/4
D) 5/8 E) 3/4

6. En una urna hay 5 bolas blancas y 7 de color negro. Si se extraen 3 bolas, ¿cuál es la probabilidad que 2 de ellas sean blancas?

A) 7/22 B) 15/22 C) 17/22
D) 7/23 E) 17/23

7. Tres niños y tres niñas se sientan en fila. Encuentra la probabilidad de que las tres niñas se sienten una al lado de la otra.

A) 1/4 B) 1/5 C) 1/2
D) 1/7 E) 2/5

8. En un salón de clase de 20 alumnos, donde 5 son mujeres, se va a sortear un libro. Para eso todas las mujeres compraron 2 rifas y los varones solo 1, ¿cuál es la probabilidad de que una mujer gane la rifa?

A) 2/5 B) 1/5 C) 3/5
D) 1/4 E) 1/2

9. En un hospital especializado en enfermedades de tórax ingresan un 50% de enfermos de bronquitis, un 30% de neumonía y un 20% con gripe. La probabilidad de curación completa en cada una de dichas enfermedades es 0,7; 0,8 y 0,9. Un enfermo internado en el hospital ha sido dado de alta completamente curado. Halla la probabilidad de que el enfermo dado de alta hubiera ingresado con bronquitis.

A) 1/2 B) 6/11 C) 2/3
D) 5/11 E) 3/11

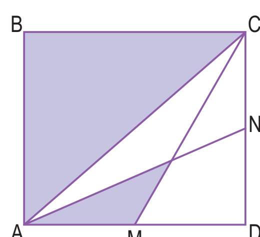
NIVEL 2

Comunicación matemática

10. Halla la probabilidad de que al tirar dos dados al aire, salgan:

a) Dos números cuya suma sea par.
b) Dos números cuya suma sea mayor que 7.
c) Dos números cuya suma sea $\overset{\circ}{3}$.

11. Dada la siguiente figura que representa una mesa, halla la probabilidad que al lanzar una ficha, esta caiga en la parte sombreada.



ABCD es un cuadrado y M y N son puntos medios.

Razonamiento y demostración

12. Si A es un evento y A^C su complemento, demuestra la propiedad:
$$P(A) + P(A^C) = 1$$

13. Siendo A y B dos eventos mutuamente excluyentes, demuestra la propiedad: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Resolución de problemas

14. Una urna contiene 12 fichas: 5 blancas, 4 rojas y 3 negras. Otra contiene 18 fichas: 5 blancas, 6 rojas y 7 negras. Si una ficha es extraida de cada urna, ¿cuál es la probabilidad de que las dos fichas sean del mismo color?

A) 23/180 B) 35/108 C) 39/108
D) 29/54 E) 32/45

15. Al lanzar tres dados de colores rojo, azul y negro, ¿cuál es la probabilidad que la suma de los puntajes obtenidos posea tres divisores?

A) 1/36 B) 1/9 C) 31/216
D) 1/31 E) 31/36

16. En una urna se tienen 2 fichas rojas y 3 fichas blancas. Si se extrae una por una con reposición, calcula la probabilidad que al extraer las dos primeras fichas, estas sean rojas.

A) 2/5 B) 4/5 C) 4/25
D) 1/2 E) 4/9

17. De un grupo de 6 varones y 4 mujeres se escogen a 2 personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se forme una pareja mixta?

A) 3/7 B) 1/2 C) 2/7
D) 5/13 E) 8/15

18. En un salón se observa que al 70% de alumnos les gusta Aritmética, y al 40% Álgebra. Si se escoge a un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que solo le guste Aritmética? Considera que a todos les gusta por lo menos uno de estos cursos.

A) 4/10 B) 1/10 C) 3/10 D) 6/10 E) 1/5

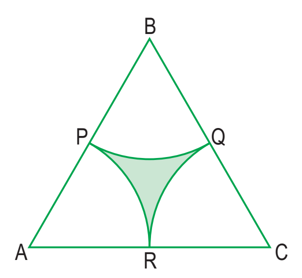
NIVEL 3

Comunicación matemática

19. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) Dado un evento A, entonces $P(A) + P(A^C) = 1$.	
b) Si A y B son eventos independientes, entonces $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.	
c) Si A y B son eventos excluyentes, entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.	

20. En un juego de azar, que consiste en lanzar una ficha dentro del área sombreada de una mesa triangular, calcula la probabilidad de ganar el juego.
Donde ABC es un Δ equilátero, además P, Q y R son puntos medios.



Razonamiento y demostración

21. Sean A y B dos eventos independientes, demuestra la propiedad: $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

22. Comprueba la propiedad demostrada anteriormente con el experimento de escoger entre tres urnas de las cuales solo una tiene 2 bolas azules y 8 negras, si tu intención es obtener una bola azul y quieres saber la probabilidad que tienes de conseguirlo.

Resolución de problemas

23. De un grupo de 7 damas y 5 caballeros se elige un comité de 3 personas. Halla la probabilidad de que el comité se componga de 2 caballeros y una dama.

A) 1/7 B) 13/20 C) 1/3 D) 7/22 E) 2/5

24. Fernando tiene 50 años y su probabilidad de llegar a los 68 años es 5/13. César tiene 60 años y la probabilidad de llegar a los 78 años es 1/4. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos esté vivo de aquí a 18 años?

A) 23/52 B) 3/26 C) 7/13 D) 5/13 E) 5/26

25. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar 4 monedas se obtengan solamente 2 caras?

A) 1/2 B) 3/4 C) 5/6 D) 3/8 E) 9/10

26. Un examen tiene 10 preguntas y un alumno debe contestar 6 de ellas. Calcule la probabilidad de que responda las dos primeras.

A) 1/2 B) 1/3 C) 1/6 D) 1/4 E) 1/5

27. Se tienen dos urnas, una con 3 bolas azules y 4 blancas, y la otra con 5 bolas azules y 2 blancas. Calcula la probabilidad de extraer una bola azul.

A) 1/2 B) 5/3 C) 1/7 D) 2/9 E) 4/7

28. Marcos y Juan se dirigen a un Centro de Pagos. Al llegar hay 8 personas esperando en la puerta. Al abrir la puerta todos entran juntos y proceden a sentarse en un mismo banco. ¿Cuál es la probabilidad de que Marcos y Juan se sienten juntos?

A) 3/7 B) 1/5 C) 3/2 D) 8)9 E) 3/5

29. Dos niños escriben en un papel una vocal cada uno, ¿cuál es la probabilidad de que sea la misma?

A) 2/5 B) 3/5 C) 2/7 D) 1/5 E) 7/5

30. Un examen tipo test consta de 5 preguntas, cada una de las cuales tiene 3 posibles respuestas. Halla la probabilidad de acertar 3 preguntas si contestas al azar.

A) 0,5 B) 0,16 C) 0,05 D) 0,21 E) 0,09

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5. B
6. A
7. B
8. A
9. D

NIVEL 2
10.
11.
12.
13.
14. B
15. C
16. C
17. E
18. D

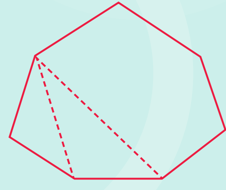
NIVEL 3
19.
20.
21.
22.
23. D
24. C
25. D
26. B
27. E
28. B
29. D
30. B

MARATÓN Matemática

¿De cuántas maneras se puede dividir un polígono convexo de $n + 2$ lados en triángulos, mediante diagonales que no se intersequen dentro de este polígono?

Resolución:

Designemos el número de formas mediante $\phi(n)$. Escojamos uno de los lados del polígono y clasifiquemos todas las divisiones según con qué vértices del polígono coincida el vértice del triángulo cuya base es el lado escogido, como en la siguiente figura:



Para: n = 5

Si se elimina este triángulo, el polígono se divide en uno de $s + 2$ lados y otro de $n - s + 1$ lados.

Dividiendo estos polígonos en triángulos y combinando estas divisiones entre sí, obtenemos todas las particiones del polígono inicial, en las cuales figura el triángulo eliminado.

Aplicando después, las reglas del producto y de la suma, se obtiene la relación de recurrencia:

$$\varphi(n) = \varphi(0)\varphi(n-1) + \varphi(1)\varphi(n-2) + \ldots + \varphi(n-1)\varphi(0)$$

Donde: $\varphi(0) = 1$

Luego, como $\varphi(0) = \Gamma_0 = 1$ y para todo s, se tiene que $\varphi(s) = \Gamma_S$

Por lo tanto, un polígono convexo de $n + 2$ lados se puede dividir en $\Gamma_n = \frac{1}{n+1}C_n^{2n}$ triángulos.

1. Una encuesta en el departamento de Tacna, mostró que el 20% de las personas fuman. Se encontró que la probabilidad de muerte causada por cáncer de pulmón, dado que la persona fuma, era 10 veces mayor que la probabilidad de muerte causada por cáncer de pulmón, dado que la persona no fuma. Si la probabilidad de muerte causada por cáncer de pulmón en este departamento es de 0,6, ¿cuál es la probabilidad de muerte debido a cáncer de pulmón dado que la persona fuma?

   A) 0,2231 B) 0,2143 C) 0,3152
   D) 0,3941 E) 0,041

2. El dado A tiene 4 caras rojas y 2 caras blancas, y el dado B tiene 2 caras rojas y 4 caras blancas. Una moneda es lanzada una sola vez; si el resultado es cara se usa el dado A para continuar el juego; si sale sello se debe usa r el dado B. Halla la probabilidad de que resulte una cara roja en el primer lanzamiento.

   A) 0,1 B) 0,2 C) 0,4 D) 0,5 E) 0,7

3. Del problema 2, dado que en los dos primeros lanzamientos resultan caras rojas, ¿cuál es la probabilidad de obtener una cara roja en el tercer lanzamiento?

   A) 1/2 B) 2/3 C) 1/4 D) 2/5 E) 3/5

4. En el problema 2, si los primeros 3 lanzamientos resultan ser caras rojas, ¿cuál es la probabilidad de que se esté utilizando el dado A?

   A) 3/7 B) 2/9 C) 8/11 D) 8/9 E) 7/8

5. Un banco ha estimado, por experiencias anteriores, que la probabilidad de que una persona falle en los pagos de un préstamo personal es de 0,2. También ha estimado que el 30% de los préstamos no pagados a tiempo se han hecho para financiar viajes de vacaciones y el 70% de los préstamos pagados a tiempo se han hecho para financiar viajes de vacaciones. Calcula la probabilidad de que un préstamo que se haya hecho para financiar un viaje de vacaciones no se pague a tiempo.

   A) 0,097 B) 0,911 C) 0,893 D) 0,060 E) 0,700

6. En el problema 5, calcula la probabilidad de que si el préstamo para propósitos distintos a viajes de vacaciones sea pagado a tiempo.

   A) 0,314 B) 0,632 C) 0,761 D) 0,862 E) 0,024

7. Una compañía de seguros opina que la población limeña puede ser dividida en dos clases: aquellas personas propensas a accidentes y aquellas que no son propensas. Sus estadísticas muestran que una persona propensa a un accidente tendrá un accidente alguna vez dentro de un periodo de un año con probabilidad 0,4; mientras sus probabilidades decrecen a 0,2 para una persona que no es propensa a accidentes. Si suponemos que 30% de la población limeña es propensa a accidentes, calcula la probabilidad de que una persona que compra una nueva póliza de seguros tiene un accidente dentro del año de vigencia de su póliza.

   A) 0,12 B) 0,14 C) 0,26 D) 0,31 E) 0,36

8. Del problema 7, suponiendo que el nuevo poseedor de una póliza de seguros tiene un accidente dentro del año de vigencia de su póliza, ¿cuál es la probabilidad de que él es propenso a un accidente?

   A) 0,140 B) 0,262 C) 0,462 D) 0,546 E) 0,642

9. ¿Qué tiempo estuvo colocado un capital, de tal manera que si estuviera 2 meses más al 30% trimestral; el capital se habría duplicado?

   A) 8 meses B) 6 meses C) 9 meses
   D) 7 meses E) 10 meses

10. ¿Cuál es el capital que colocado al 10% trimestral al cabo de tres años se convierte en S/.4300, habiéndose hecho un descuento previo del 5% del capital por gastos de seguro por todo el tiempo que estuvo impuesto el capital?

    A) S/.2000 B) S/.2025 C) S/.1850
    D) S/.1975 E) S/.1700



Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

1			2				4	6
2	4				8	7	1	
	6	5		4		3		
	8		5		9			7
		6				9		
5			6		4		8	
		8		5		6	7	
	7	4	9				3	1
9	5				6			8

2.

	5						1	
7	9	6			1		2	3
		3		2	9	5	6	
	3	9		5				
		1	3		8	6		
				1		3	4	
	6	4	1	8		7		
9	2		4			1	3	8
	8						5	

3.

3			2	8		6	9	
2	5		4					
	8			1			2	4
	7	3			5			9
	9	2				5	6	
4			9			8	7	
9	1			4			5	
					9		3	1
	3	4		6	2			7

4.

		6	3	8	1	9		
	8	3		9		4	1	
1								8
4				3				9
	1	8				2	3	
5				6				4
3								7
	2	7		5		6	9	
		4	6	1	7	8		

5.

						7		
	4	1	3	6		2		
	7		5		2		1	8
	8	4			6		2	
			2	3	8			
	3		9			5	8	
7	1		6		3		9	
		8		7	1	6	3	
		3						

6.

		8		3		6		
	5	4			6		2	
9			5	2			3	8
	2			6		8		
8		3	2		4	5		6
		7		9			4	
1	8			4	2			3
	4		3			2	8	
		2		1		9		

7.

			7	5			1	2
6			9	3				
7	5			1	4	9		
4						1		
2	1		8	6	3		9	5
		6						8
		4	5	8			2	9
				9	7			4
8	7			2	6			

8.

4		5	3				1	6
6	3				1		7	
		2			7	3		9
	8	7		6				2
			8		4			
3				9		1	8	
5		3	4			8		
	6		9				5	3
7	2				3	9		4

Respuestas:

1.

1	3	7	2	9	5	8	4	6
2	4	9	3	6	8	7	1	5
8	6	5	1	4	7	3	9	2
4	8	3	5	1	9	2	6	7
7	1	6	8	2	3	9	5	4
5	9	2	6	7	4	1	8	3
3	2	8	4	5	1	6	7	9
6	7	4	9	8	2	5	3	1
9	5	1	7	3	6	4	2	8

2.

8	5	2	6	7	3	9	1	4
7	9	6	5	4	1	8	2	3
4	1	3	8	2	9	5	6	7
6	3	9	7	5	4	2	8	1
2	4	1	3	9	8	6	7	5
5	7	8	2	1	6	3	4	9
3	6	4	1	8	5	7	9	2
9	2	5	4	6	7	1	3	8
1	8	7	9	3	2	4	5	6

3.

3	4	1	2	8	7	6	9	5
2	5	6	4	9	3	7	1	8
7	8	9	5	1	6	3	2	4
8	7	3	6	2	5	1	4	9
1	9	2	8	7	4	5	6	3
4	6	5	9	3	1	8	7	2
9	1	7	3	4	8	2	5	6
6	2	8	7	5	9	4	3	1
5	3	4	1	6	2	9	8	7

4.

7	4	6	3	8	1	9	5	2
2	8	3	7	9	5	4	1	6
1	9	5	2	4	6	3	7	8
4	7	2	5	3	8	1	6	9
6	1	8	9	7	4	2	3	5
5	3	9	1	6	2	7	8	4
3	6	1	8	2	9	5	4	7
8	2	7	4	5	3	6	9	1
9	5	4	6	1	7	8	2	3

5.

3	5	2	1	8	9	7	4	6
8	4	1	3	6	7	2	5	9
6	7	9	5	4	2	3	1	8
1	8	4	7	5	6	9	2	3
5	9	7	2	3	8	4	6	1
2	3	6	9	1	4	5	8	7
7	1	5	6	2	3	8	9	4
9	2	8	4	7	1	6	3	5
4	6	3	8	9	5	1	7	2

6.

2	7	8	4	3	1	6	9	5
3	5	4	9	8	6	1	2	7
9	6	1	5	2	7	4	3	8
4	2	5	1	6	3	8	7	9
8	9	3	2	7	4	5	1	6
6	1	7	8	9	5	3	4	2
1	8	9	6	4	2	7	5	3
7	4	6	3	5	9	2	8	1
5	3	2	7	1	8	9	6	4

7.

9	4	3	7	5	8	6	1	2
6	8	1	9	3	2	5	4	7
7	5	2	6	1	4	9	8	3
4	9	8	2	7	5	1	3	6
2	1	7	8	6	3	4	9	5
5	3	6	1	4	9	2	7	8
3	6	4	5	8	1	7	2	9
1	2	5	3	9	7	8	6	4
8	7	9	4	2	6	3	5	1

8.

4	7	5	3	8	9	2	1	6
6	3	9	2	4	1	5	7	8
8	1	2	6	5	7	3	4	9
9	8	7	1	6	5	4	3	2
2	5	1	8	3	4	6	9	7
3	4	6	7	9	2	1	8	5
5	9	3	4	7	6	8	2	1
1	6	4	9	2	8	7	5	3
7	2	8	5	1	3	9	6	4

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344